

**Cours 2024-2025:**

**La perception des graphiques:  
un nouvel exemple de recyclage neuronal**

***The perception of graphics : a new example of neuronal recycling***

Stanislas Dehaene

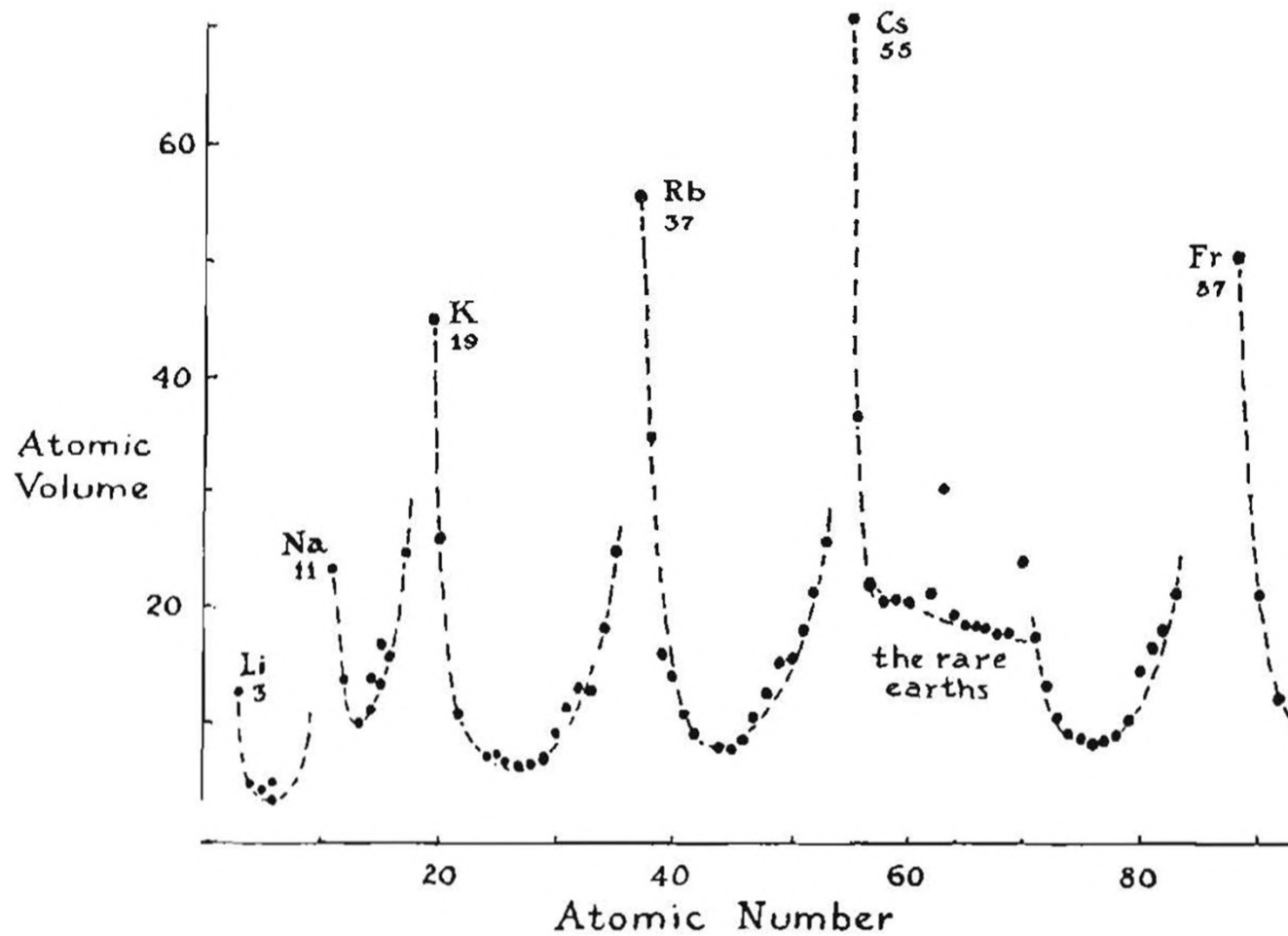
Chaire de Psychologie Cognitive Expérimentale

Cours n°6

**L'accès au sens des graphiques et l'éducation aux graphiques**

***Graphics meaning and education to graphics***

**Beyond literacy and numeracy,  
graphicacy is a key aspect of our mental toolbox.  
How should we teach it?**



## Examples from TIMSS : How graphics are tested at TIMSS (CM1)

About 20% of TIMSS “points” come from tests of graphics !! (as opposed to 4-5% of teaching sequences in French math manuals...)

Description of 'Data' part in TIMSS (<https://timssandpirls.bc.edu/timss2023/frameworks/chapter-1.html>) :

“The explosion of data in today’s information society has resulted in a variety of visual displays of quantitative information. Often the internet, newspapers, magazines, textbooks, reference books, and articles have data represented in charts, tables, and graphs. Students need to understand that graphs and charts help organize information or categories and provide a way to compare data.

The data content domain consists of two topic areas, both of which should begin to be mastered in 4<sup>th</sup> grades.

- Reading and displaying data (10%)
- Interpreting, combining, and comparing data (10%)

### **Reading and Displaying Data**

1. Read data from tables, pictographs, bar graphs, line graphs, and pie charts.
2. Create or complete tables, pictographs, bar graphs, line graphs, and pie charts.

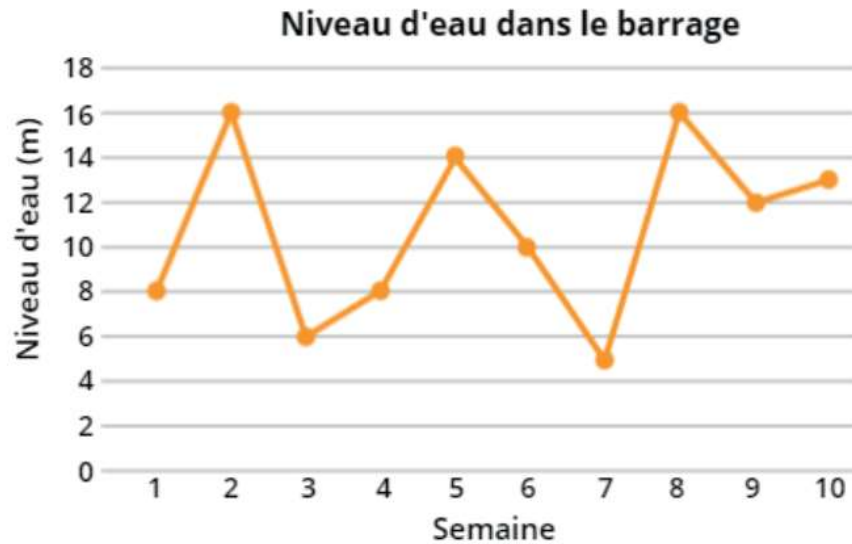
### **Interpreting, Combining, and Comparing Data**

1. Interpret data and use it to answer questions that go beyond directly reading data displays.
2. Combine or compare data from two or more sources, and draw conclusions based on two or more data sets.”

## Quelques exemples d'items tirés de TIMSS en CM1

1

Le graphique montre le niveau d'eau d'un barrage pendant 10 semaines.



<b>ME02_10A</b>	<b>France 68 % - Europe 77 % - International 68 %</b>
TIMSS Benchmark	Intermédiaire
Domaine de contenu	Présentation de données
Domaine cognitif	Connaître
Description	Lire les données d'un graphique linéaire

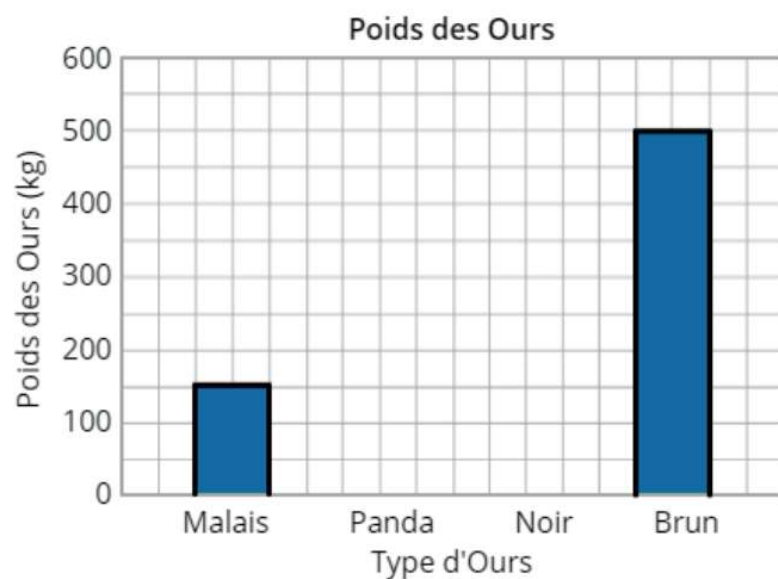
**A.** Quel était le niveau d'eau pour la semaine 8 ?

Réponse :  m

Le tableau montre les poids de 4 ours.

Type d'Ours	Poids (kg)
Malais	150
Panda	200
Noir	250
Brun	500

Utilise les données pour compléter le graphique.



<b>ME10_11</b>	<b>France 71 % - Europe 84 % - International 81 %</b>
TIMSS Benchmark	Bas
Domaine de contenu	Présentation de données
Domaine cognitif	Appliquer
Description	Représenter les données d'un tableau dans un histogramme.

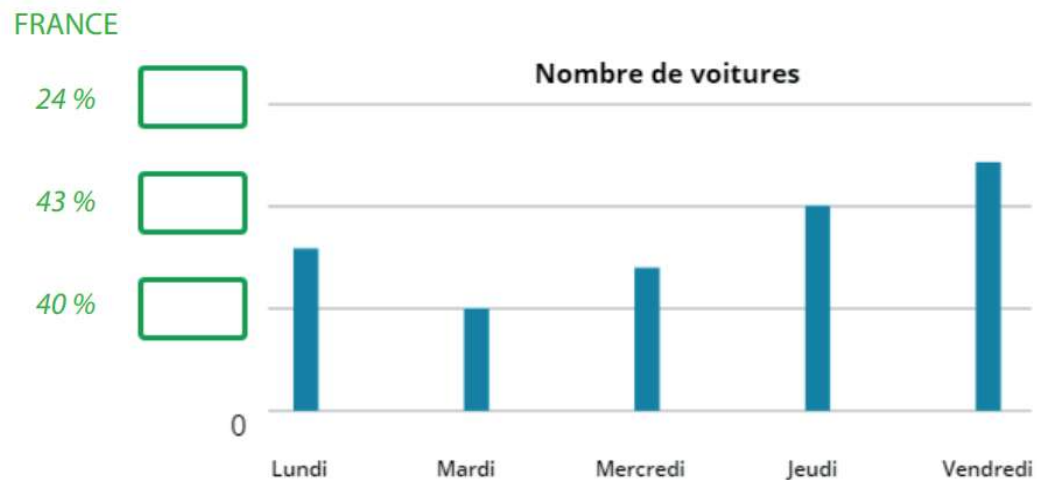
**1** Céleste a noté le nombre de voitures qui sont passées dans sa rue chaque matin.

Jour	Nombre de voitures
Lundi	8
Mardi	5
Mercredi	7
Jeudi	10
Vendredi	12

Elle a commencé à faire un graphique avec ses données.

Quels nombres Céleste devrait-elle utiliser pour désigner les lignes horizontales sur son graphique ?

Tape ces nombres dans les cases du graphique de Céleste.



<b>ME02_12</b>	<b>France 24 % - Europe 38 % - International 34 %</b>
TIMSS Benchmark	Avancé
Domaine de contenu	Présentation de données
Domaine cognitif	Appliquer
Description	Déterminer l'échelle de l'axe des ordonnées (y) d'un histogramme en fonction des données d'un tableau.

# What should teachers explain about graphics?

A great variety of exercises similar to TIMSS, and forming a systematic progression:

On the **perceptual** side : *Already intuitive to young children !*

Trend perception: What is the trend in a data set ?

The grammar of graphics : Reading the axes, legend, etc

On the **conceptual** side :

The number – space mapping, and the notion of linear scale

The idea that a data point can represent two numbers

The relations between multiple data points and what they mean (e.g. an increase)

The grammar of functions : linear, quadratic, etc.

The correspondence between a graphic and a data table

Statistical notions : means, variability...

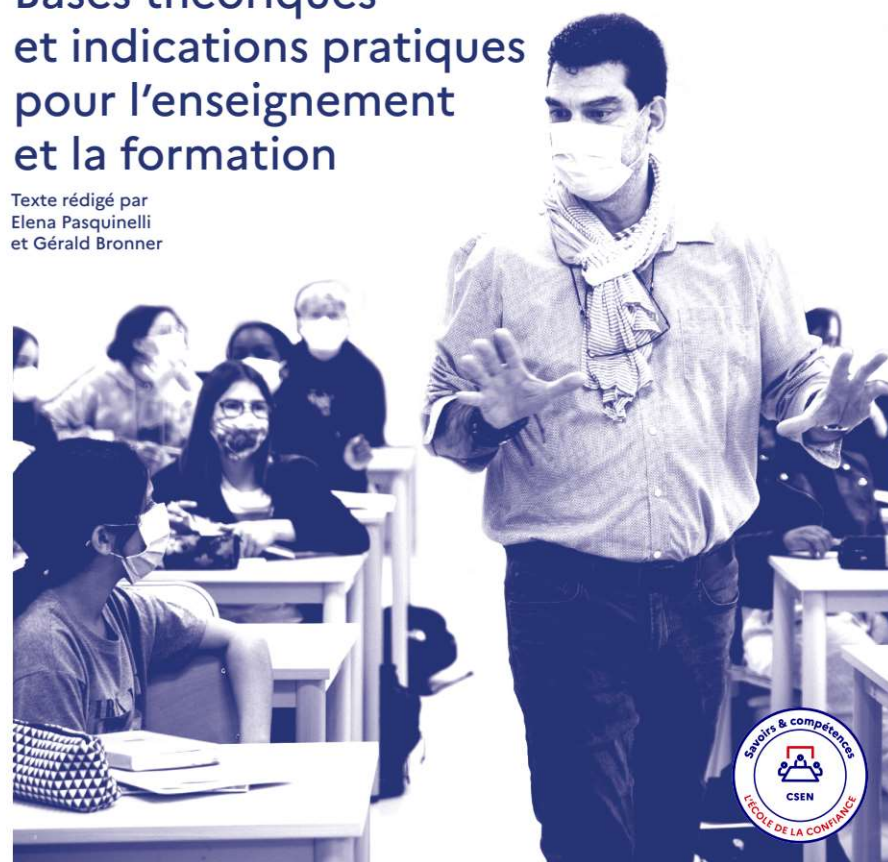
Plus **critical thinking and graphic alertness:**

- awareness of the various biases that can affect our understanding
- awareness of possible data manipulations

## ÉDQUER À L'ESPRIT CRITIQUE

Bases théoriques  
et indications pratiques  
pour l'enseignement  
et la formation

Texte rédigé par  
Elena Pasquinelli  
et Gérald Bronner

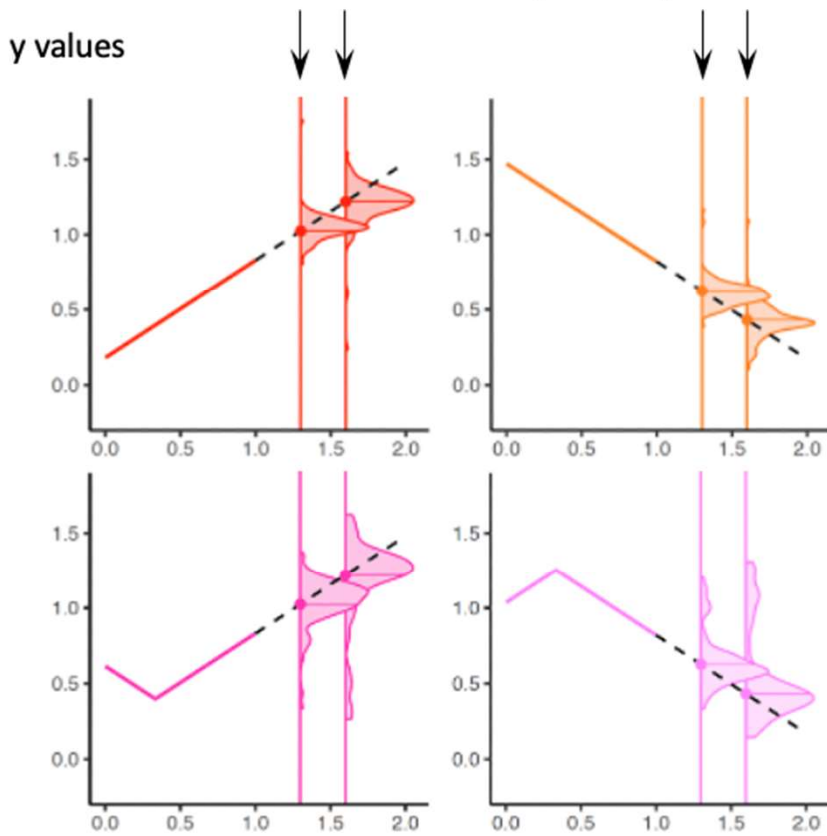


# Adults can extrapolate a variety of curves

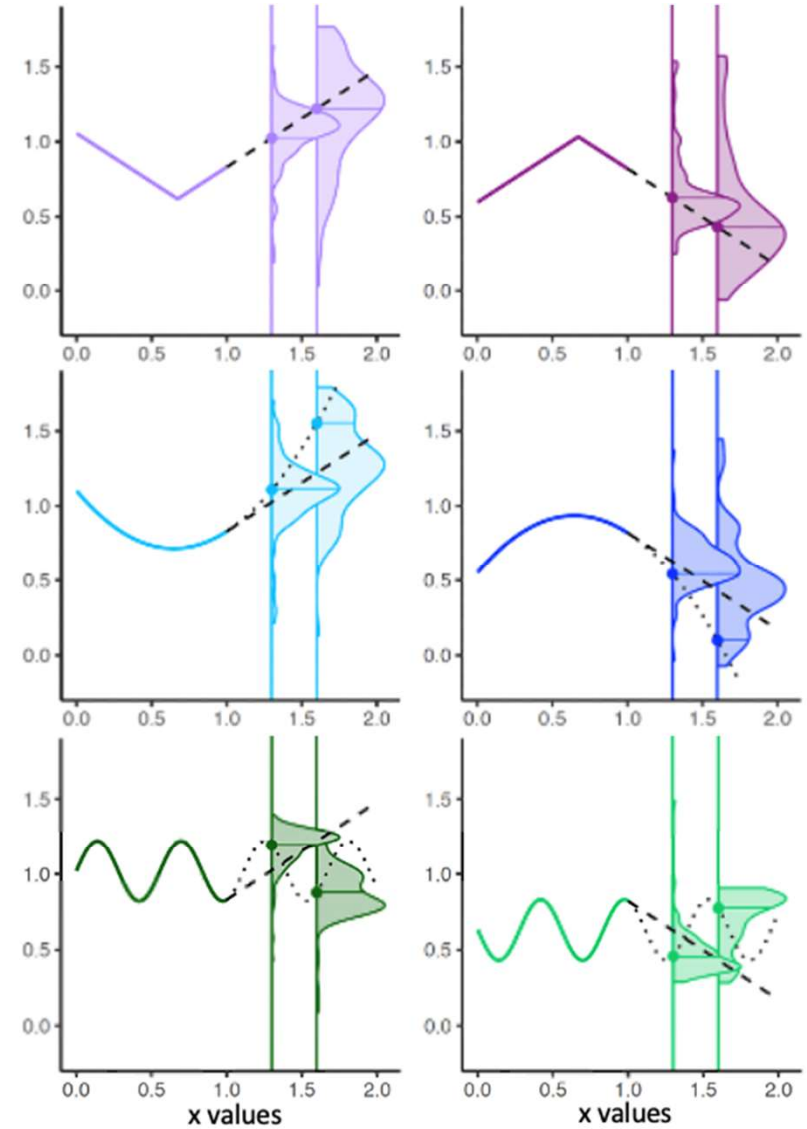
Ciccione, L., & Dehaene, S. (2021). Can humans perform mental regression on a graph? Accuracy and bias in the perception of scatterplots. *Cognitive Psychology*

Participants understood the function (not just use the tangent).  
 Response variability increased with distance to the function, and  
 with the available data (for piecewise linear).  
 The Deming bias was replicated

Distribution of subjects' responses



PIECEWISE  
Late inflexion

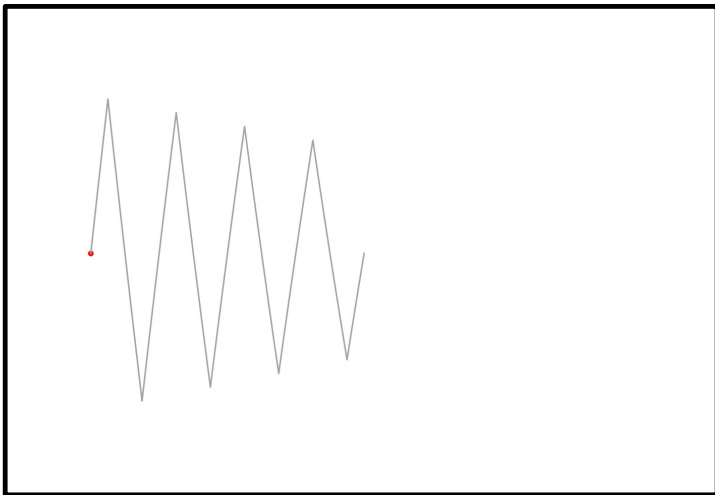




# What do young children understand about graphic curves?

Ciccione, L., Lubineau, M., Morfoisse, T., & Dehaene, S., 2024, submitted

We assessed an early, proto-mathematical understanding of curves by asking preschoolers (N=39) and first graders (N=42) to draw the prolongation of various mathematical patterns, ranging from linear to non-linear functions such as quadratics and exponentials, periodic functions, and more complex composite patterns.



Stimulus



Curve retracing



Free prolongation

# What do young children understand about graphic curves?

Ciccione, L., Lubineau, M., Morfoisse, T., & Dehaene, S., 2024, submitted

## Lines and curves

Constant



Linear increasing



Linear decreasing



Quadratic increasing



Quadratic decreasing



Exponential increasing



Exponential decreasing



Exponential decay



Exponential decay inverse



## Oscillating patterns

Sinusoid  
one cycle



Sinusoid  
two cycles



Sinusoid  
constant  
amplitude



Zigzag  
constant  
amplitude



Loops  
constant  
amplitude



Sinusoid  
increasing  
amplitude



Zigzag  
increasing  
amplitude



Loops  
increasing  
amplitude



Sinusoid  
decreasing  
amplitude



Zigzag  
decreasing  
amplitude



Loops  
decreasing  
amplitude



## Staircase patterns

Increasing stairs



Decreasing stairs



Increasing stairs  
increasing  
amplitude



Decreasing stairs  
increasing  
amplitude



Increasing stairs  
decreasing  
amplitude



Decreasing stairs  
decreasing  
amplitude



## Geometrical shapes

circle



square



spiral in



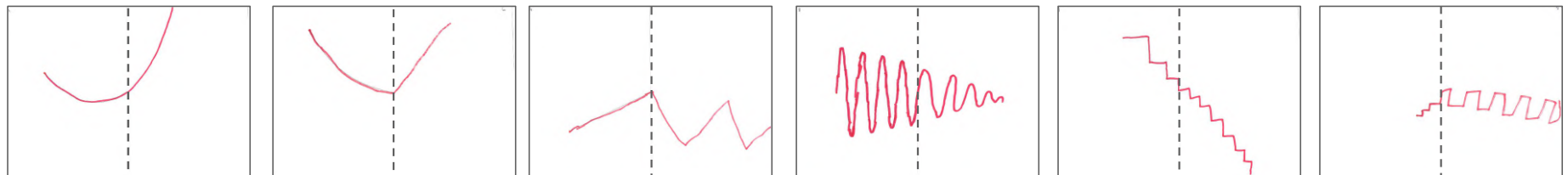
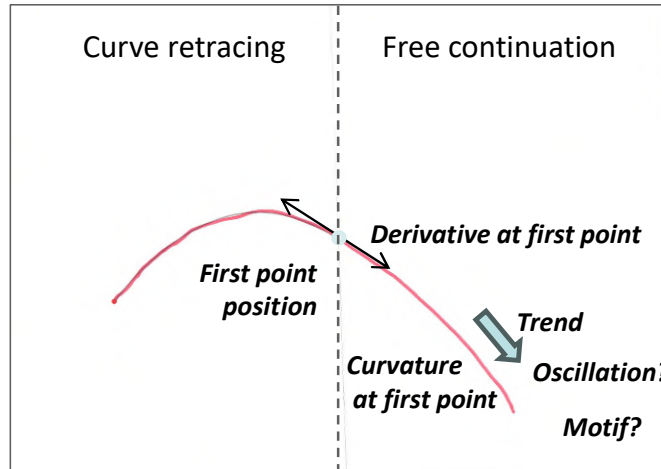
spiral out



# What do young children understand about graphic curves?

Ciccione, L., Lubineau, M., Morfoisse, T., & Dehaene, S., 2024, submitted

Quantification of the results by two observers blind to the left part.

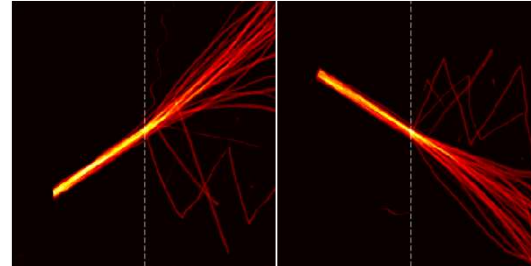
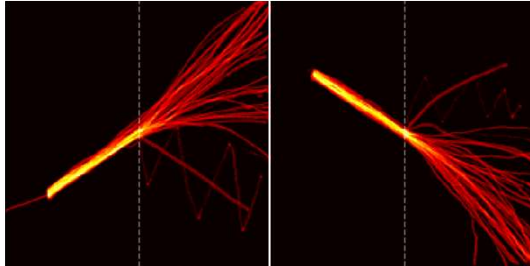


<b>Position</b>	correct	correct	correct	correct	correct	correct
<b>Derivative</b>	correct	incorrect	incorrect	correct	correct	correct
<b>Curvature</b>	yes	no	no	no	no	no
<b>Trend</b>	increasing	increasing	constant	constant	decreasing	constant
<b>Oscillating</b>	no	no	yes	yes	yes	yes
<b>Osc. motif</b>	/	/	zigzag	sinusoid	stairs	other

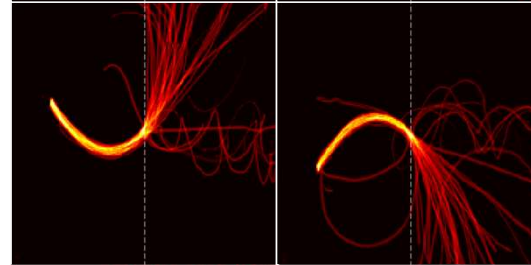
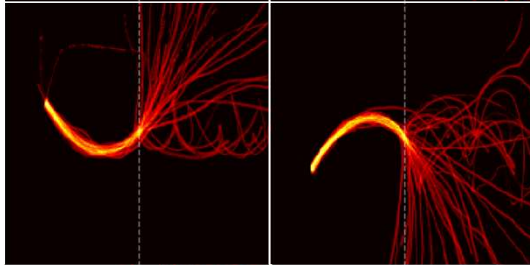
5-year-olds

6-year-olds

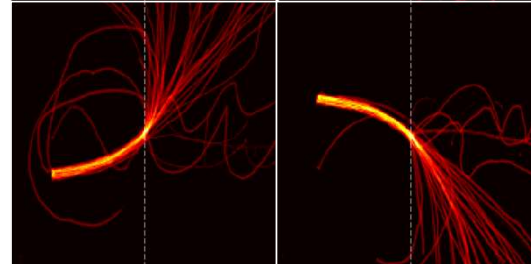
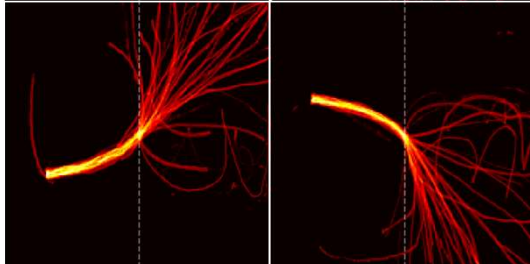
Linear



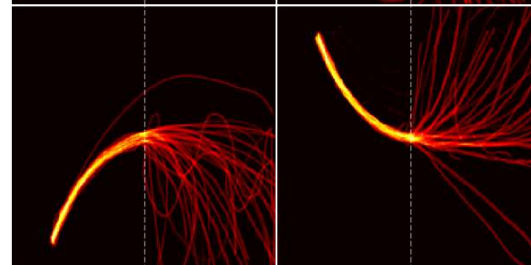
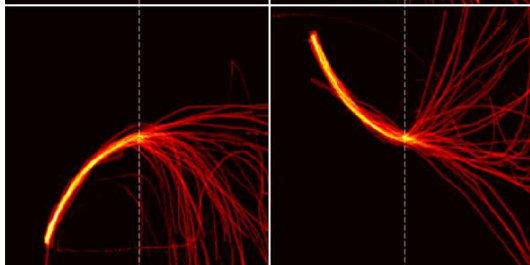
Quadratic



Exponential



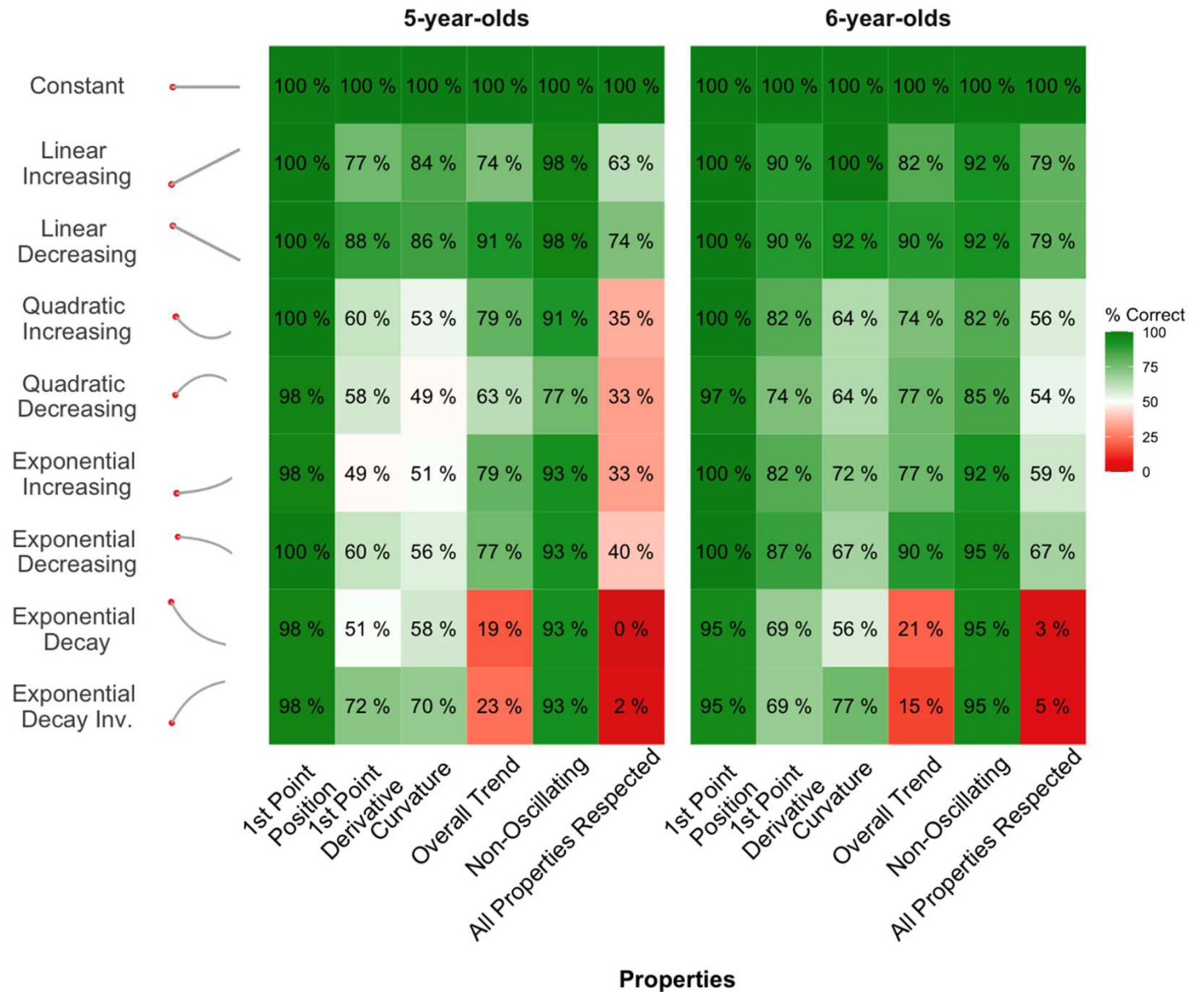
Exponential decay



The green scale indicates that children are much better than chance at the task.

Position, derivative curvature and oscillation are intuitive at age 5 and especially 6.

Only exponential decay is hard (difficult notion of asymptote, which was not even drawn on the page).



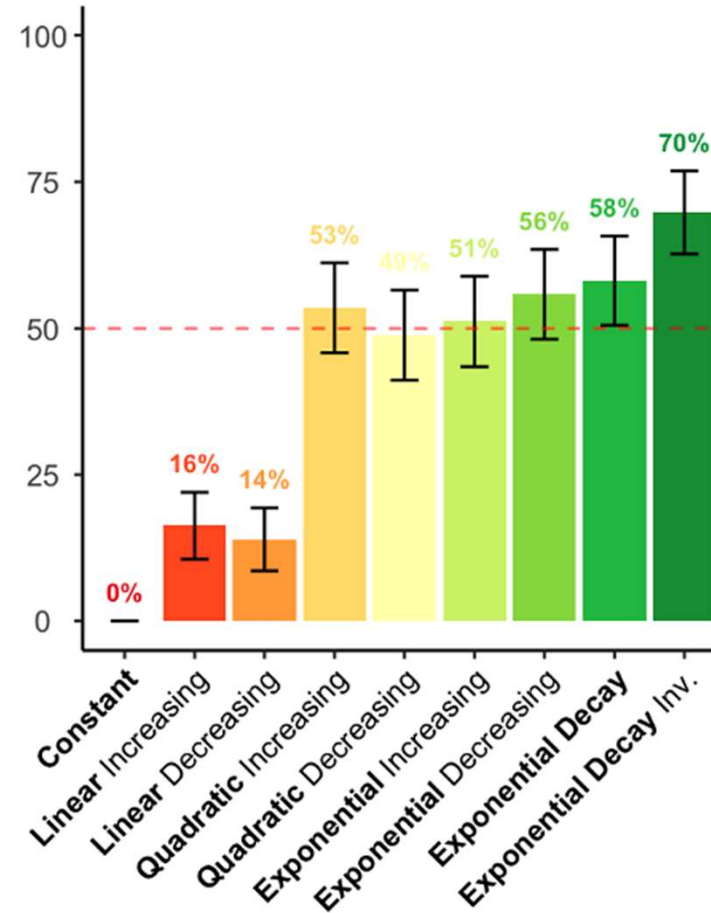
**Curvature** is a non-trivial concept that children understand intuitively:

They prolong

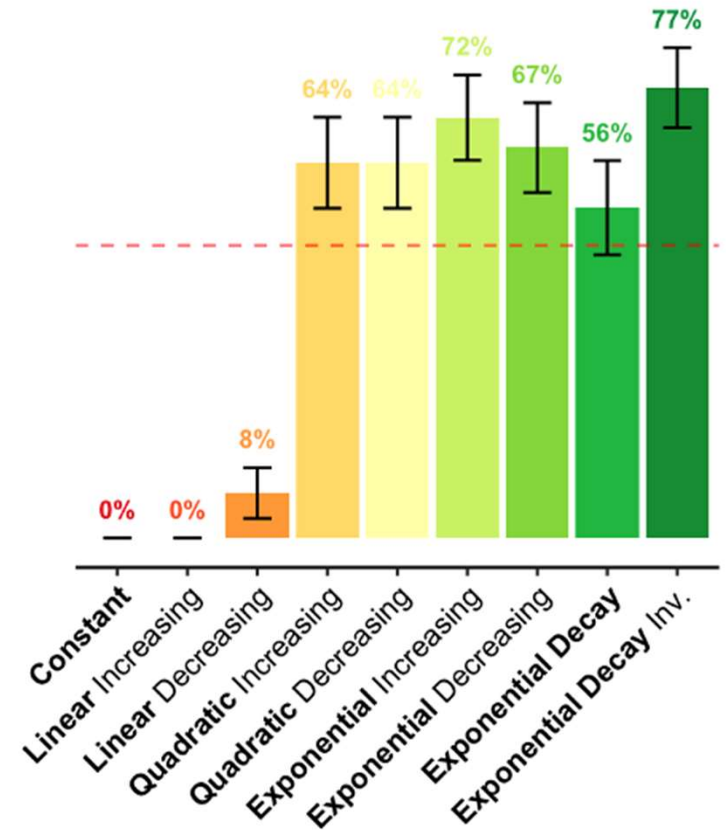
- straight lines with a straight line
- curves with an appropriate curvature

**% Curved Drawings**

**5-year-olds**

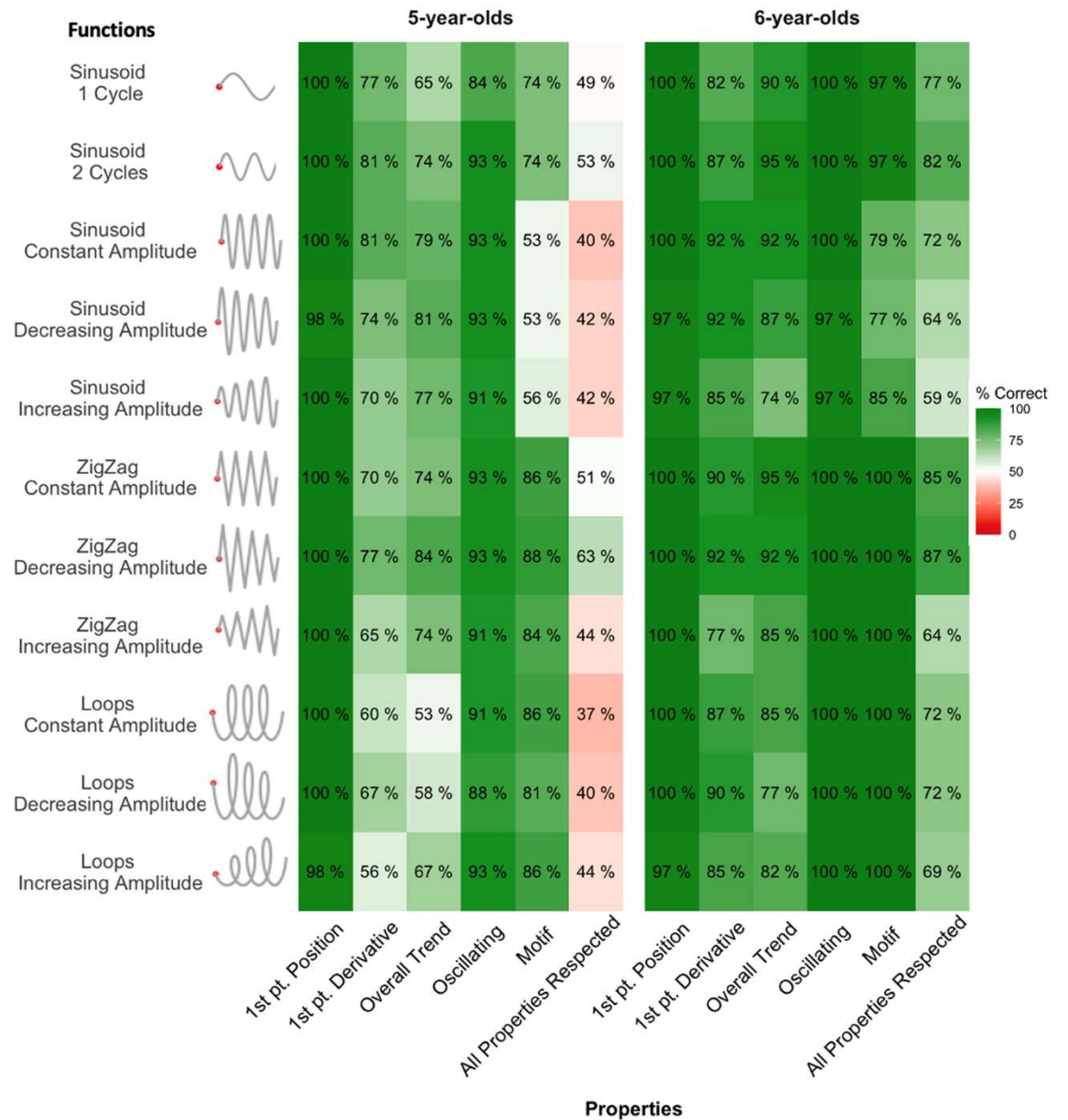


**6-year-olds**

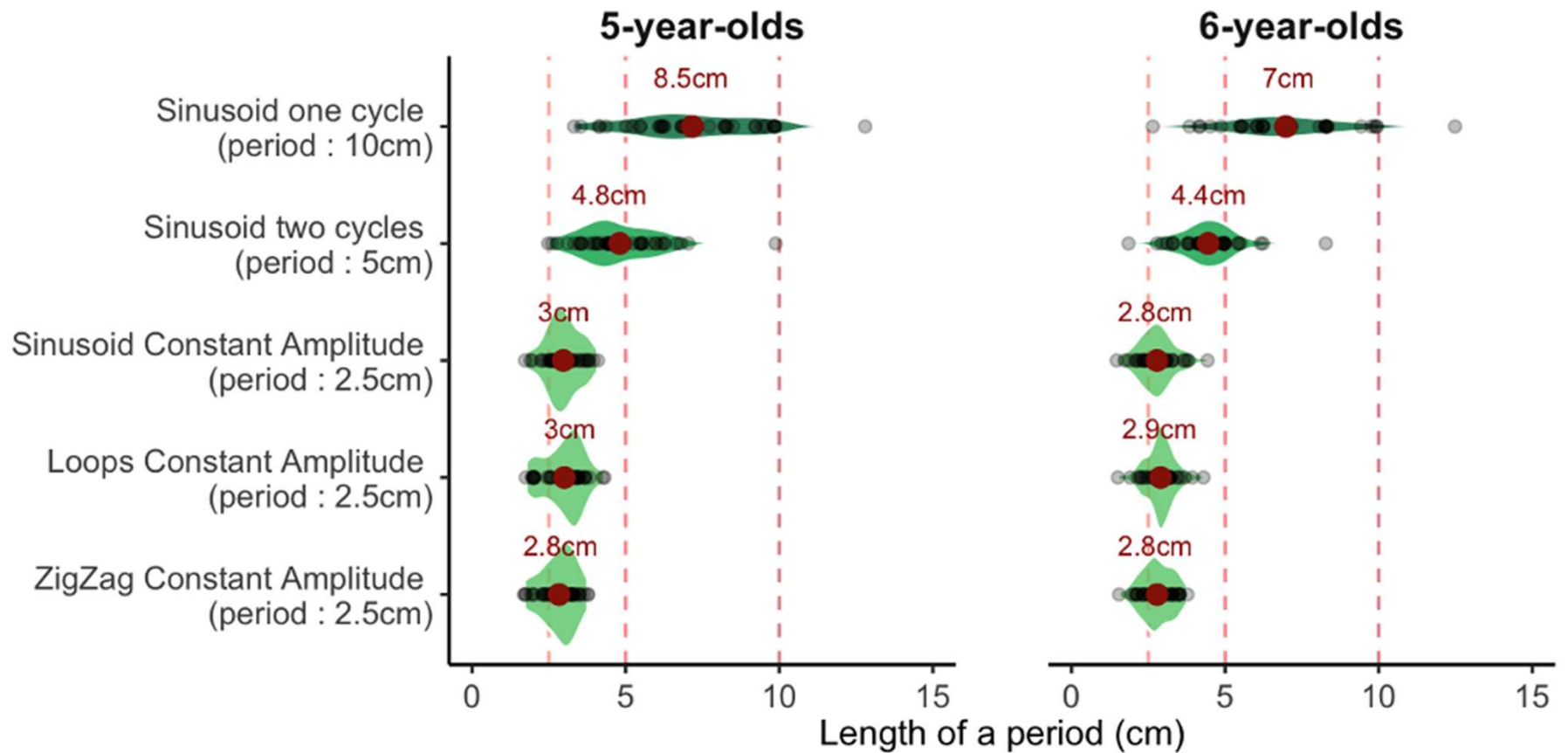


Sinusoids, zigzags and loops are also well understood.

The only problem is that children tend to confuse sinusoids with zigzags.



The period of the oscillation is rather accurately reproduced.

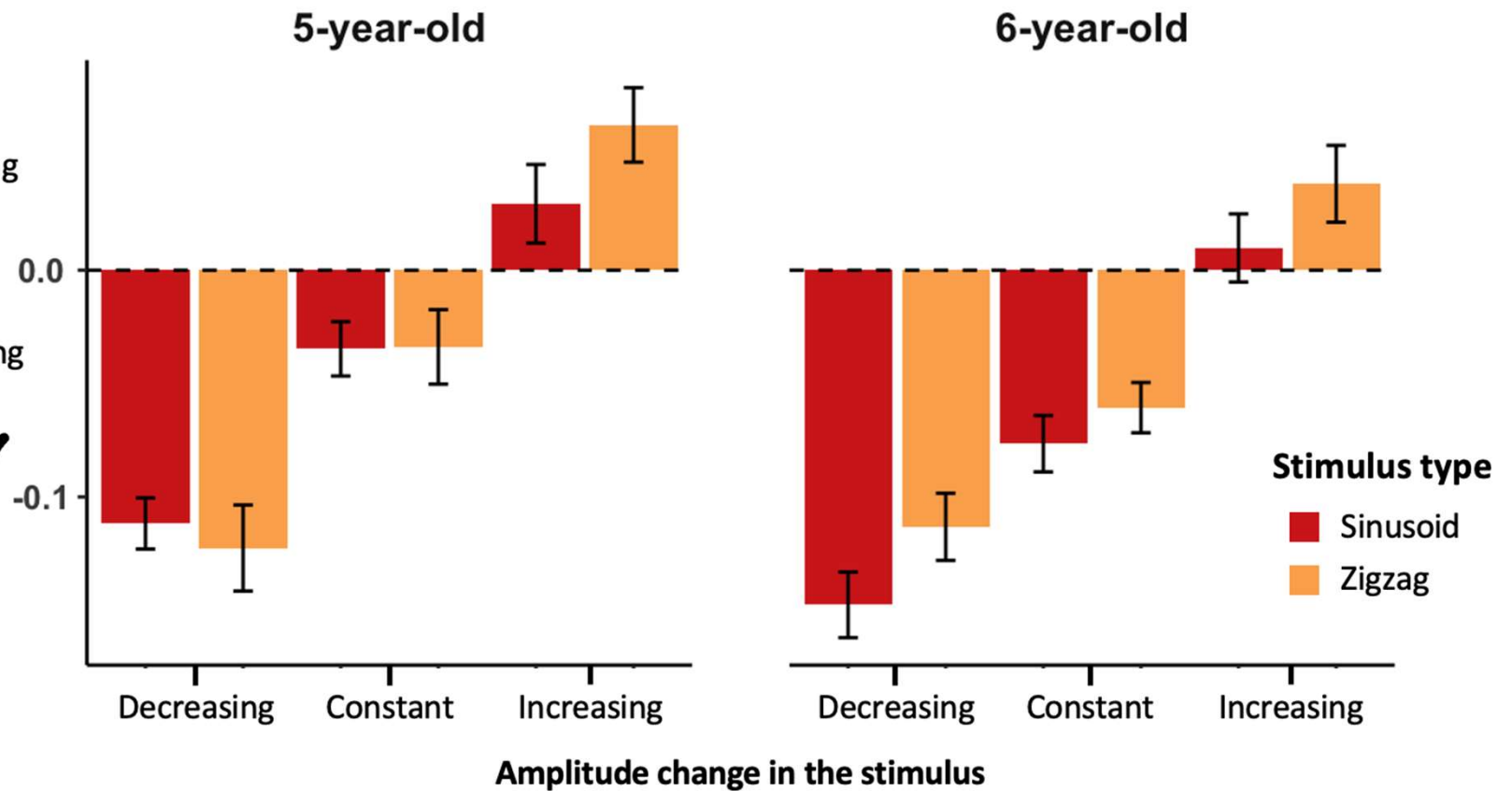
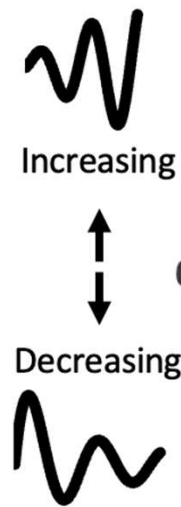




## Preliminary evidence for **compositionality** and a **grammar of functions** :

Children understand the composition of an oscillation and an amplitude change.

Amplitude change  
in the child's response





















# Could these findings be due to implicit motor integration rather than explicit curve comprehension ?

Stimulus	Correct response	Violation of...																	
		...first point position		...first point derivative		...overall trend		...curvature		...non periodicity									
Linear increasing								88 %	86 %	0 %	0 %	3 %	0 %	2 %	3 %	7 %	11 %	0 %	0 %
Quadratic increasing								60 %	53 %	0 %	3 %	5 %	10 %	9 %	7 %	26 %	26 %	1 %	0 %
Exponential increasing								49 %	54 %	0 %	0 %	4 %	0 %	3 %	3 %	42 %	43 %	2 %	0 %

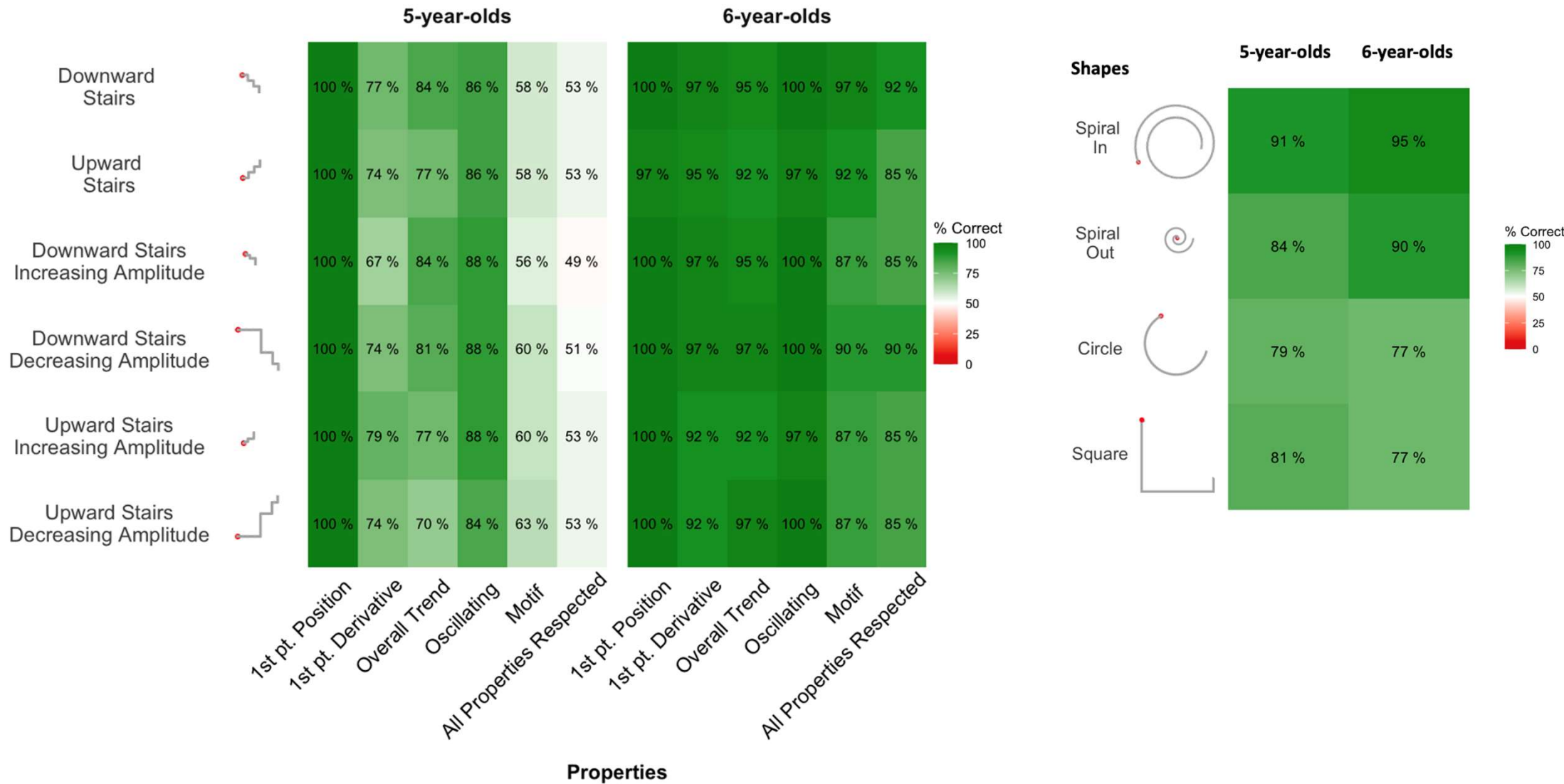
Essentially all results are **replicated with a multiple choice task**

# Could these findings be due to implicit motor integration rather than explicit curve comprehension ?

Stimulus	Correct response	Violation of...				
		...motif	... amplitude continuity	... amplitude variations	... frequency continuity	... frequency variations
Sinusoid constant amplitude and frequency		 28 % 28 %	 2 % 2 %	 12 % 11 %	 8 % 4 %	 8 % 9 %
Sinusoid increasing amplitude constant frequency		 16 % 22 %	 10 % 11 %	 33 % 28 %	 8 % 5 %	 6 % 12 %
Sinusoid constant amplitude increasing frequency		 31 % 36 %	 3 % 0 %	 3 % 0 %	 15 % 20 %	 35 % 29 %

Essentially all results are replicated with a multiple choice task

# The grammar of graphics extends to more sophisticated drawings

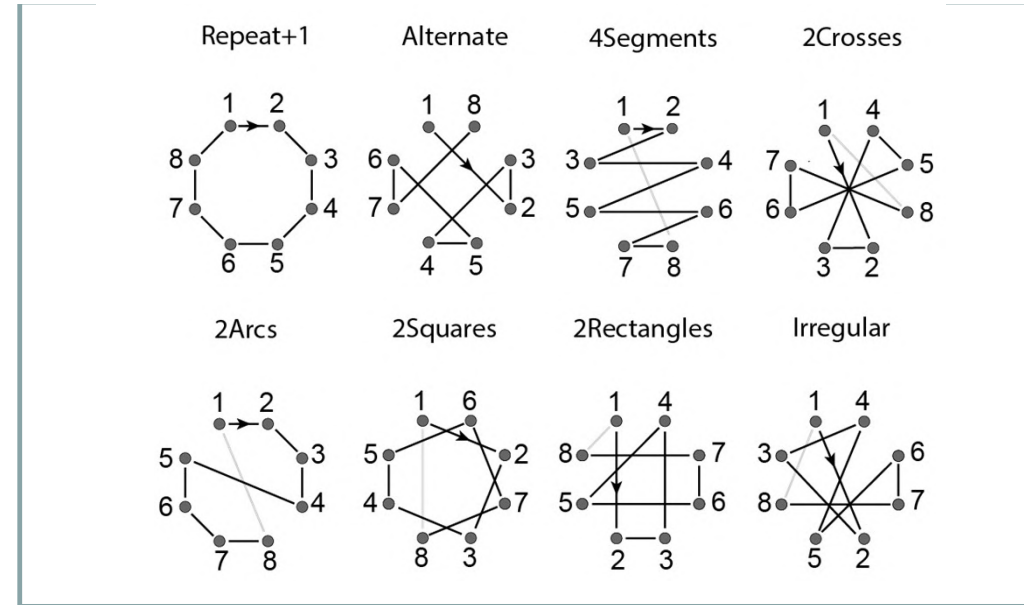


# Memory for spatial sequences requires a “language of geometry”

Amalric, M., Wang, L., Pica, P., Figueira, S., Sigman, M., & Dehaene, S. (2017). The language of geometry: Fast comprehension of geometrical primitives and rules in human adults and preschoolers. *PLoS Computational Biology*, 13(1)

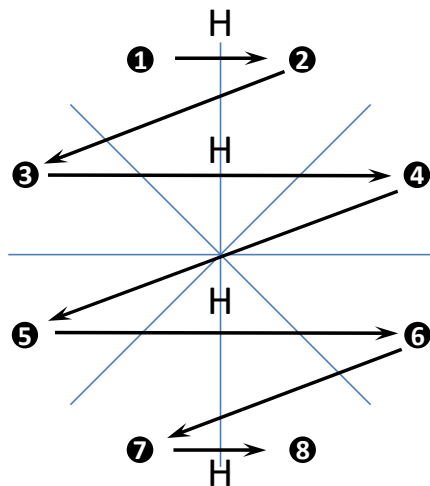
Subjects see a sequence and are asked to anticipate the next location.

A mini « language of geometry » captures the observed regularities.



## Example : “four segments” or “zig-zag”

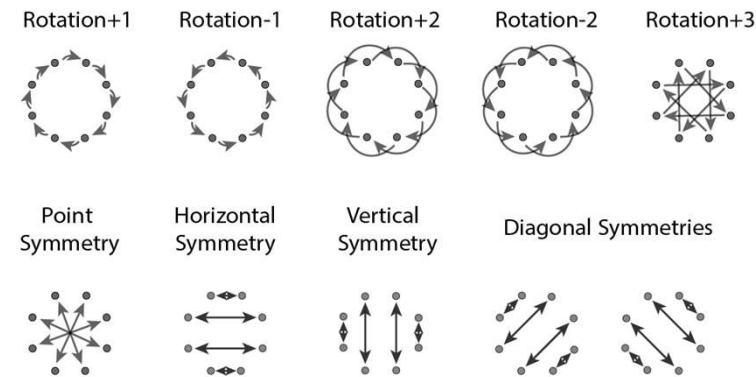
Formula =  $[H^2]^4\{+1\}$



## Key properties of the postulated language :

1. A small list of numerical and geometrical primitives

2. A single recursive rule :  
**Repetition** (possibly with variations)  
 Repeat  $n$  times



The **mental program** for Zig-Zag = repeat 4 times (repeat 2 times (symmetry) )  
 changing the start point by +1

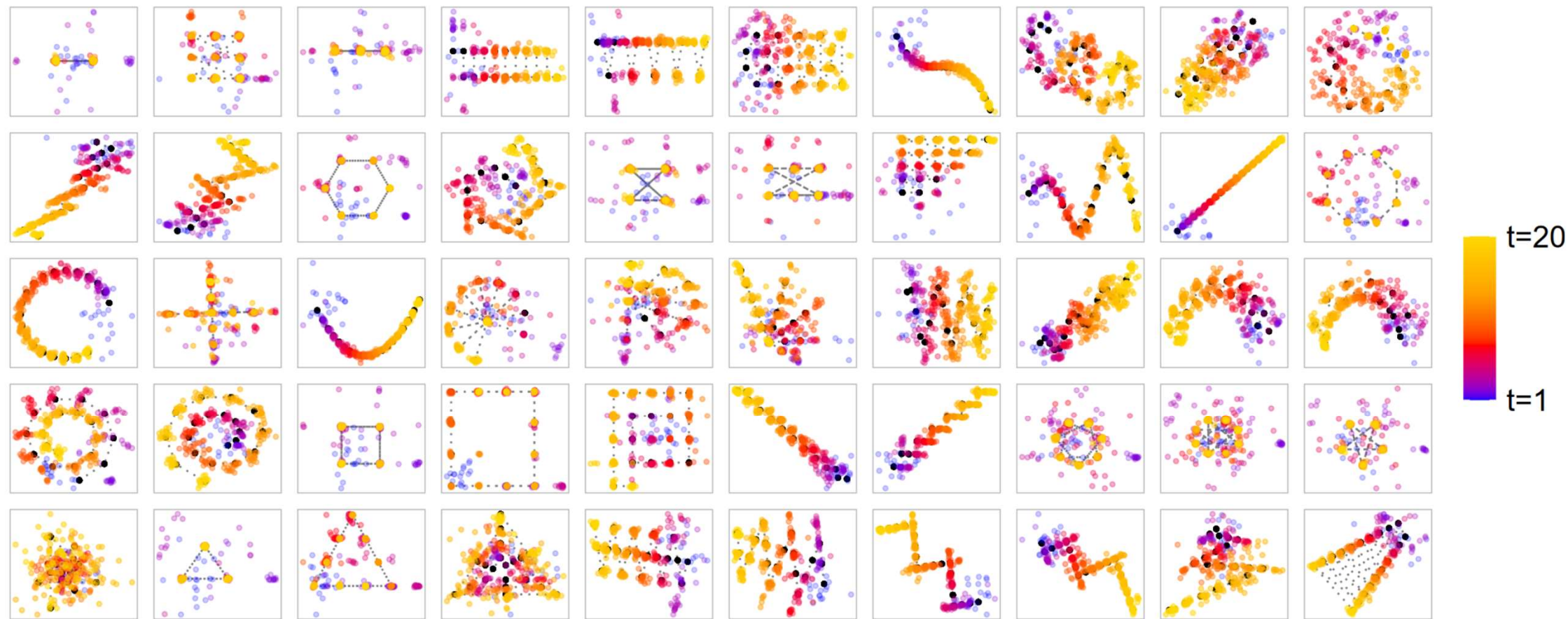
# What types of functions and regularities can adults grasp ?

Mills, T. E., Tenenbaum, J. B., & Cheyette, S. J. (2023). *Human spatiotemporal pattern learning as probabilistic program synthesis*.

50 adult participants were asked to predict the next item in a sequence (20 predictions for each sequence).

50 sequences of extremely variable nature and complexity were tested. All of them were correctly inferred in less than 20 trials!

The best-fitting model is *probabilistic program induction* (relative to other non-compositional statistical learning models)



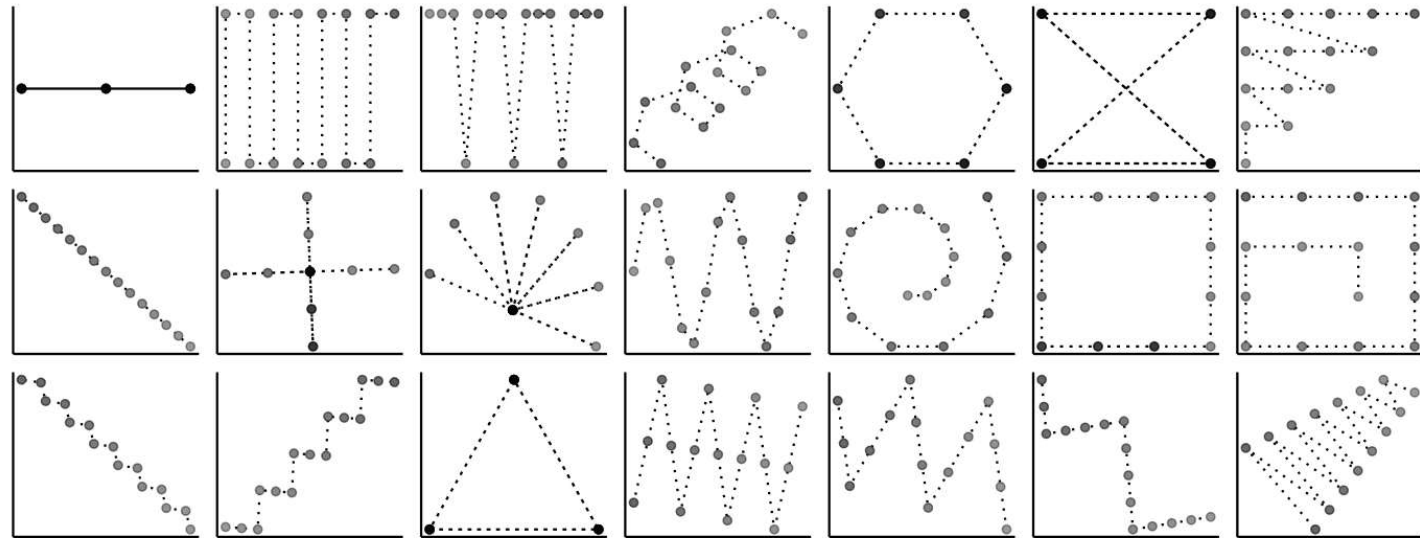
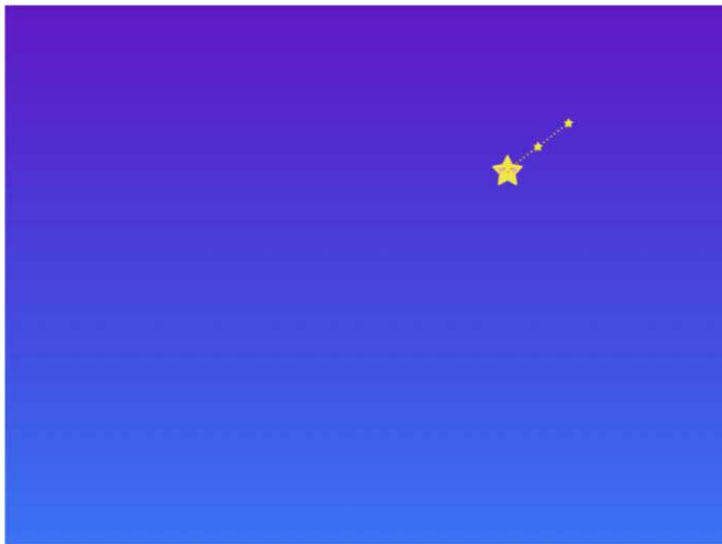
# What types of functions and regularities can children and monkeys grasp ?

Mills, T., Coates, N., Silva, A. A., Ferrigno, S., Schulz, L., Tenenbaum, J., & Cheyette, S. J. (2024). Connecting the dots : A comparative and developmental analysis of spatiotemporal pattern learning. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 46(0). <https://escholarship.org/uc/item/2c78839g>

The task was replicated with 20 adults, 50 4-6 year-old children, and 2 macaque monkeys.

On a touch screen, participants clicked on the next point, and were rewarded if they were close enough to the correct point, which was drawn from the set of curves and programs at right.

Monkeys were trained for 9 months!



# What types of functions and regularities can children and monkeys grasp ?

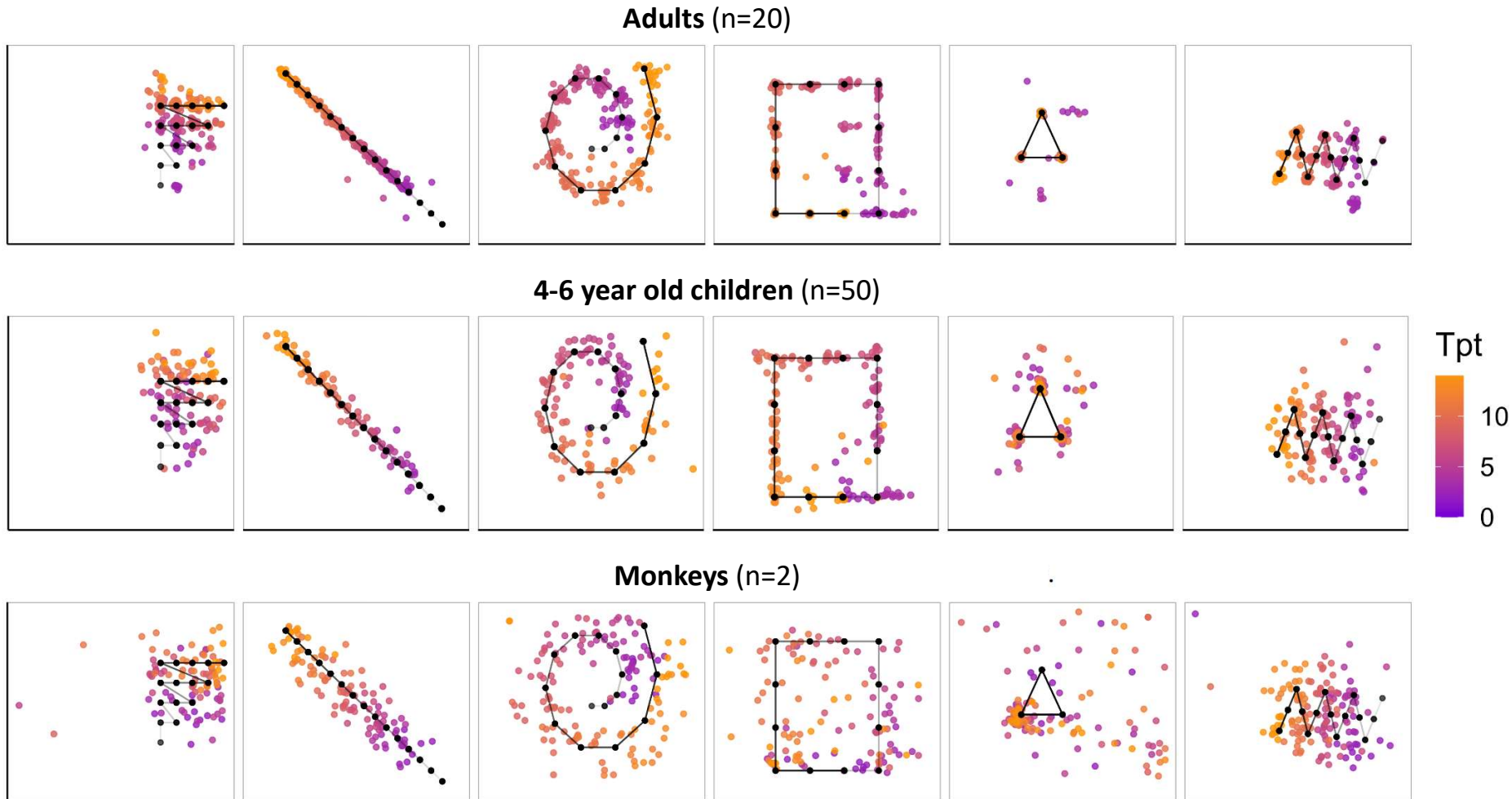
Mills, T., Coates, N., Silva, A. A., Ferrigno, S., Schulz, L., Tenenbaum, J., & Cheyette, S. J. (2024). Connecting the dots : A comparative and developmental analysis of spatiotemporal pattern learning. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 46(0). <https://escholarship.org/uc/item/2c78839g>

Here are some of the productions in each group.

The progression over time within a given sequence is represented by the colors (pink = beginning, orange = end)

Monkeys can learn a straight line, but fail even with a triangle!

Children clearly learn complex patterns and “programs” such as turning around a square





# What types of functions and regularities can children and monkeys grasp ?

Mills, T., Coates, N., Silva, A. A., Ferrigno, S., Schulz, L., Tenenbaum, J., & Cheyette, S. J. (2024). Connecting the dots : A comparative and developmental analysis of spatiotemporal pattern learning. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 46(0). <https://escholarship.org/uc/item/2c78839g>

The overall success rate is 92% for adults, 67% for children, and 32% for monkeys.

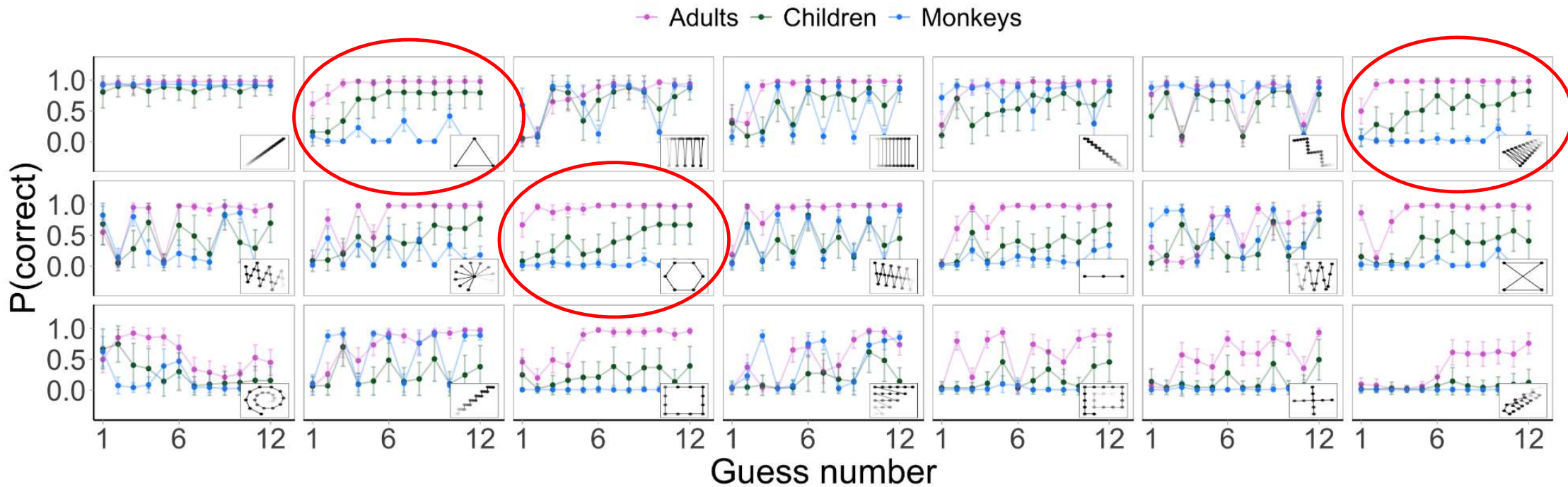
Some of the curves are very characteristically rising for young children

Adult and children behaviors are tightly correlated, but monkey behavior is not correlated with either of them.

Monkey behavior is driven by linear interpolation.

Human behavior (adults and children) is best modeled by a **Language of Thought** for geometrical programs.

→ a nice way to teach the properties of curves and programs?



**Last year's course:  
Children's drawing already imply a remarkable degree of geometric sophistication**



Giovanni Francesco Caroto  
*Portrait of a Young Boy holding a Child's Drawing*

Goodenough (1928): "the child draws what he knows, rather than what he sees."

Children (attempt to) draw an **abstract mental model** rather than an accurate depiction of the object. "Children and primitive man make use of very similar devices for the representation of space; both make plentiful use of symbols for the representation of things not actually shown in the drawing and neither have any hesitation in representing the invisible as if it were visible".

**Let's use this abstraction in preschool mathematics !**



## Point 2. Teaching the meaning and the statistics underlying a graphic

Education to graphics should **explicit teach the key invention that underlies graphics:**

**Each data point may represent two numbers (or more!)**

And therefore

- A collection of points (graph) can represent **a trend**, a relation between variables
- A graph can illustrate the **variability** and **reproducibility** in the data.

Two points of attention :

- **Education to graphics should include an education to statistics** : central tendency, variability, distributions, and their measures.
- Children (and adults!) can be misled by superficial properties of the graphics.

Here the authors draw attention to the fact that bar graphs are frequently associated with **counts** of data (sums) rather than with means.

Kerns, S. H., & Wilmer, J. B. (2021). Two graphs walk into a bar : Readout-based measurement reveals the Bar-Tip Limit error, a common, categorical misinterpretation of mean bar graphs. *Journal of Vision*, 21(12), 17.

<https://doi.org/10.1167/jov.21.12.17>

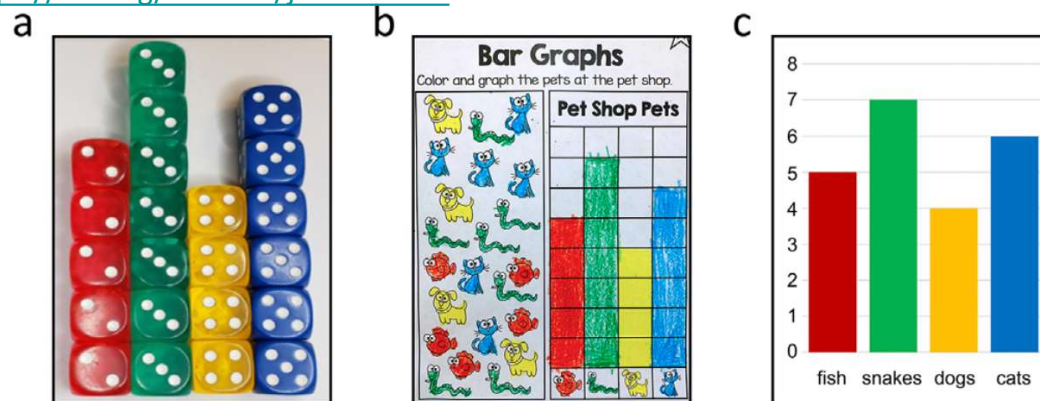


Figure 1. **Elementary progression of count bar graph instruction.** (a) Children are taught first using manipulatives; (b) then they transition to drawn stacks; (c) finally, they are introduced to undivided bars.

This is reminiscent of the “Singapore method” (Jerome Bruner): Concrete / Pictorial / Abstract (*Concret / Imagé / Abstrait*) Manipuler / Représenter (pas “verbaliser”) / Abstraire

# Statistical background: The need to understand what a data point means

Kerns, S. H., & Wilmer, J. B. (2021). Two graphs walk into a bar : Readout-based measurement reveals the Bar-Tip Limit error, a common, categorical misinterpretation of mean bar graphs. *Journal of Vision*, 21(12), 17. <https://doi.org/10.1167/jov.21.12.17>

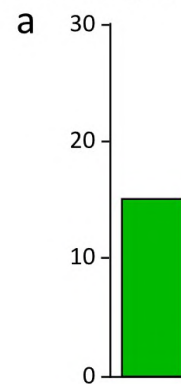
Bar graphs can have two different meanings:

- The total count of a set of items
- But also, alas, the central tendency of a distribution (typically the mean)

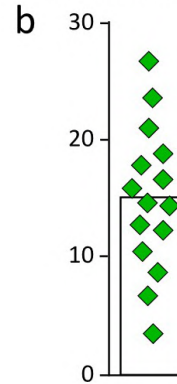
A minority of line graphs refer to means, even in university textbooks.

What do viewers really understand when they see such a graph ?

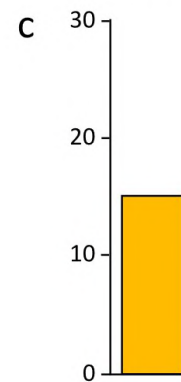
Mean bar graph



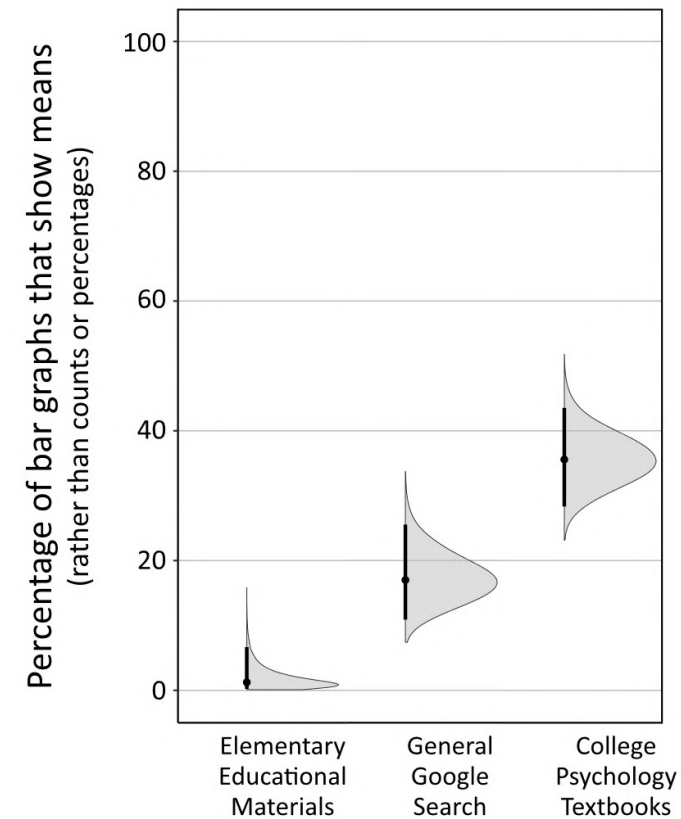
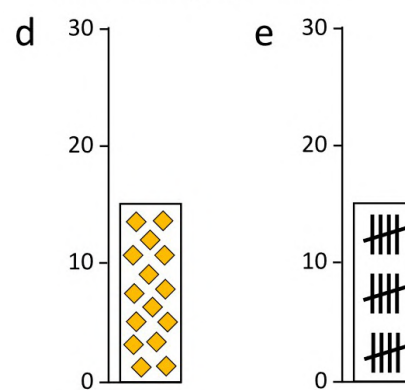
Mean bar graph data



Count bar graph



Count bar graph data



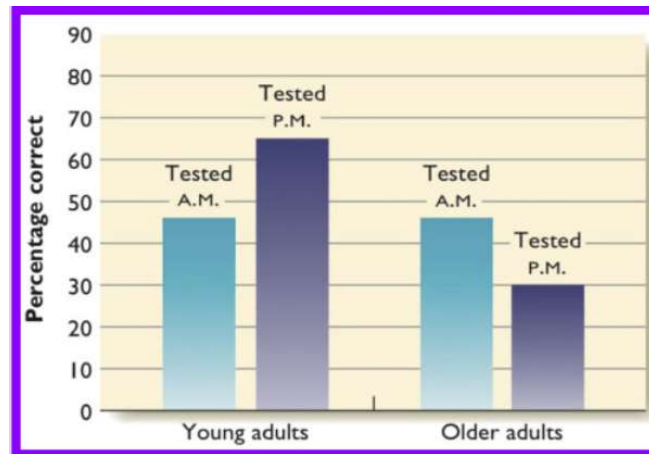
# Statistical background: The need to understand what a data point means

Kerns, S. H., & Wilmer, J. B. (2021). Two graphs walk into a bar : Readout-based measurement reveals the Bar-Tip Limit error, a common, categorical misinterpretation of mean bar graphs. *Journal of Vision*, 21(12), 17. <https://doi.org/10.1167/jov.21.12.17>

The authors **use a drawing task to try to understand what viewers have in mind** when they see a bar graph. They show a graph, explain with a legend, and then ask to draw 20 data points in each of 2 bars.

They identify a “bar tip limit” (BTL) bias: even when they are told that the graph represents a mean, about 20% of participants draw the items as if they were inside the bar.

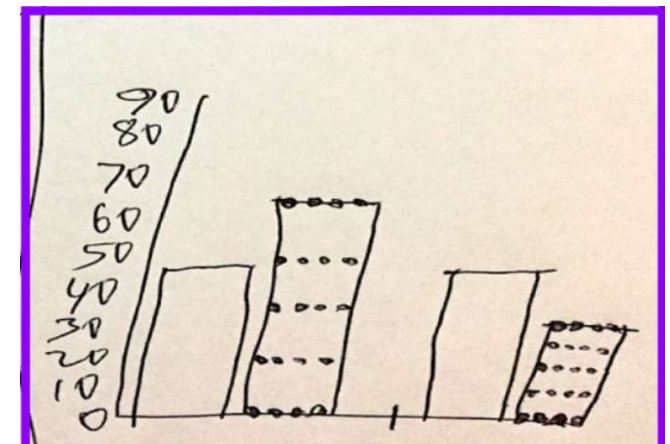
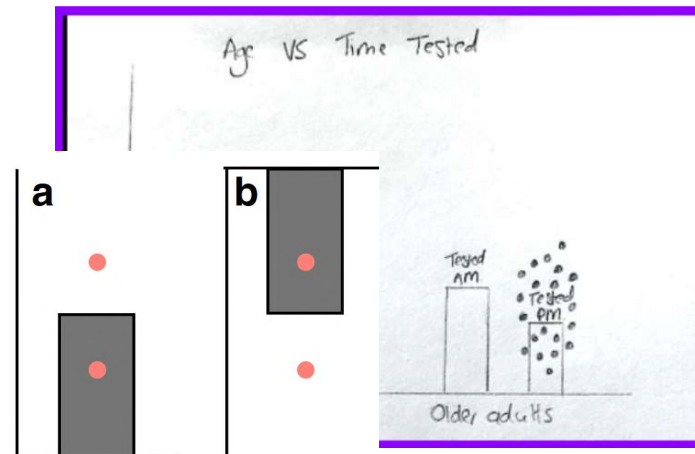
See also : Newman, G. E., & Scholl, B. J. (2012). Bar graphs depicting averages are perceptually misinterpreted : The within-the-bar bias. *Psychonomic Bulletin & Review*, 19(4), 601-607. Dots within the bars are judged as more likely to be in the original data.



**Comparing memory by age and time of day:** Early in the morning, older and younger adults did about the same. Later in the day, the memories of younger adults improved, while those of older adults deteriorated.

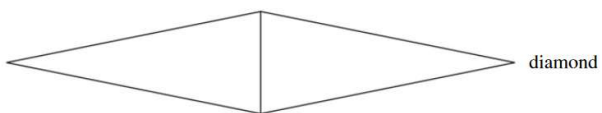
Remember, each bar represents an **average (or mean)** for that condition.

On your sketch, for **TWO** of the bars - **Young adults tested in the PM** and **Older adults tested in the PM** - draw 20 dots that show possible individual values that could be averaged to get the value shown by that bar.

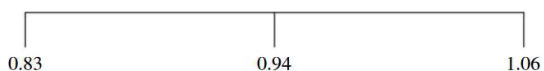


# The need to convey uncertainty and not just means

van der Bles, A. M., van der Linden, S., Freeman, A. L. J., Mitchell, J., Galvao, A. B., Zaval, L., & Spiegelhalter, D. J. (2019). Communicating uncertainty about facts, numbers and science. *Royal Society Open Science*, 6(5), 181870. <https://doi.org/10.1098/rsos.181870>



hazard ratio associated with immunotherapy



This paper emphasizes the need to develop tools for better communication of uncertainty. They provide many examples.

E.g. the website of the Education Endowment foundation:

<https://educationendowmentfoundation.org.uk/education-evidence/teaching-learning-toolkit>

## Phonics

Moderate impact for very low cost, based on very extensive evidence.



+4

## Reading comprehension strategies

High impact for very low cost, based on extensive evidence.



+6

## Reducing class size

Moderate impact for high cost, based on moderate evidence.



+3

## Repeating a year

Negative impact for very high cost, based on moderate evidence.



-4

## The need to convey uncertainty and not just means

van der Bles, A. M., van der Linden, S., Freeman, A. L. J., Mitchell, J., Galvao, A. B., Zaval, L., & Spiegelhalter, D. J. (2019). Communicating uncertainty about facts, numbers and science. *Royal Society Open Science*, 6(5), 181870. <https://doi.org/10.1098/rsos.181870>

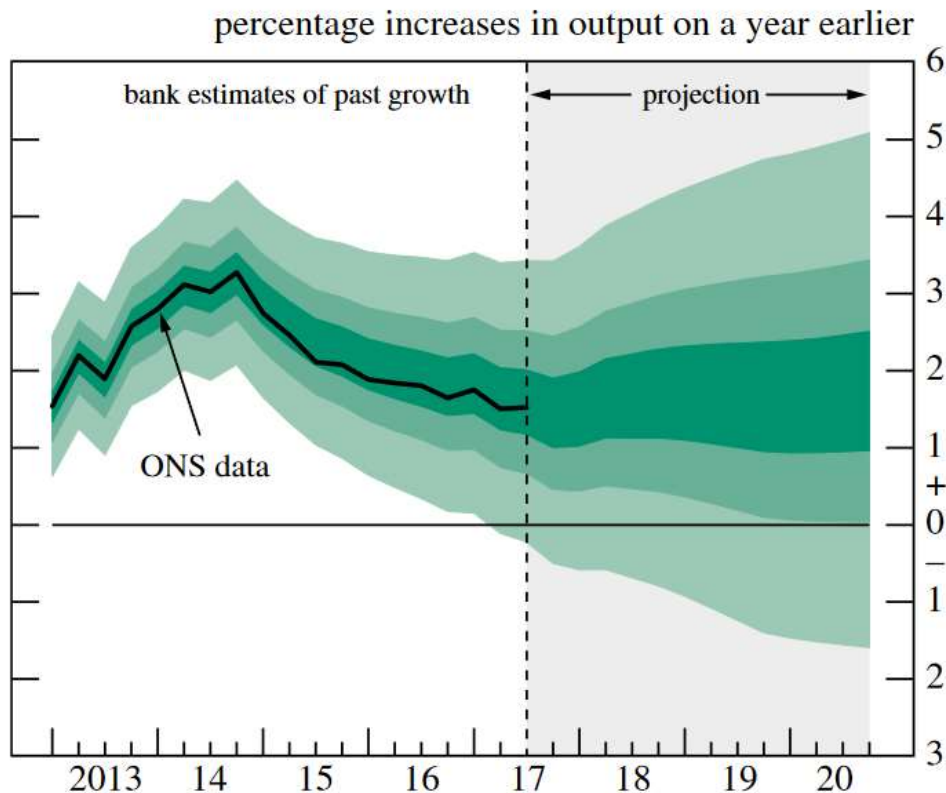


Figure 6. Bank of England's fan chart for GDP growth (from the November 2017 'Inflation Report' [173]). In their notes to this chart the Bank write: 'The fan chart depicts the probability of various outcomes for GDP growth...To the left of the vertical dashed line, the distribution reflects the likelihood of revisions to the data over the past; to the right, it reflects uncertainty over the evolution of GDP growth in the future...The fan chart is constructed so that outturns are also expected to lie within each pair of the lighter green areas on 30 occasions. In any particular quarter of the forecast period, GDP growth is therefore expected to lie somewhere within the fan on 90 out of 100 occasions'.

## The need to convey uncertainty and not just means

van der Bles, A. M., van der Linden, S., Freeman, A. L. J., Mitchell, J., Galvao, A. B., Zaval, L., & Spiegelhalter, D. J. (2019). Communicating uncertainty about facts, numbers and science. *Royal Society Open Science*, 6(5), 181870. <https://doi.org/10.1098/rsos.181870>

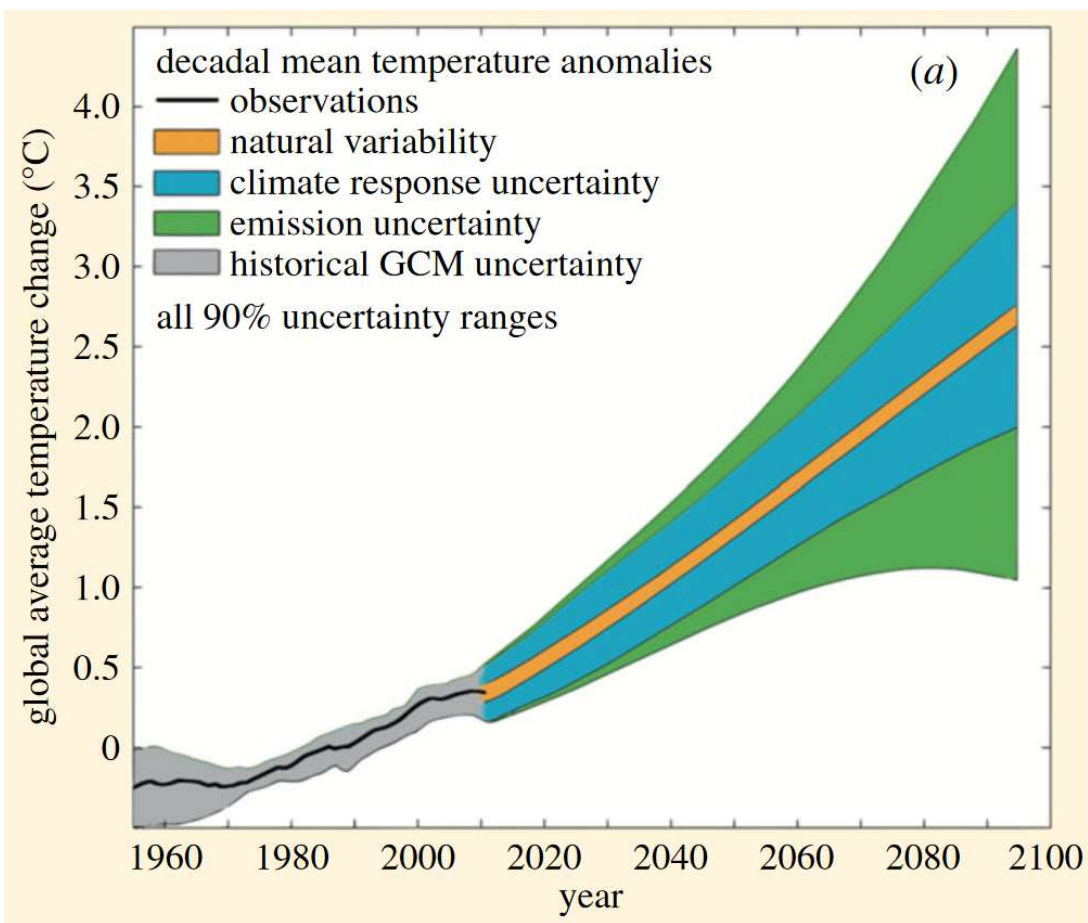
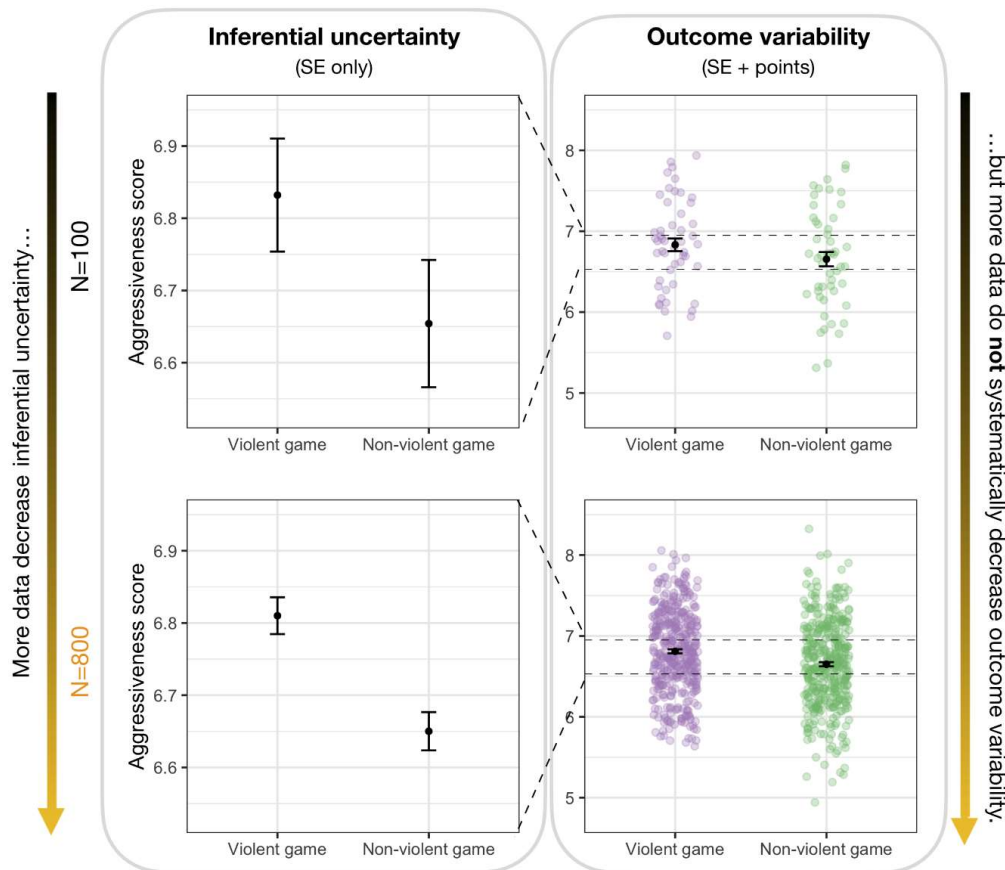


Figure 7. Global average temperature change (IPCC). Adapted from the IPCC [38]. Diagram showing the relative importance of different uncertainties, and their evolution in time. (a) Decadal mean surface temperature change (8C) from the historical record (black line), with climate model estimates of uncertainty for historical period (grey), along with future climate projections and uncertainty. Values are normalized by means from 1961 to 1980. The given uncertainty range of 90% means that the temperature is estimated to be in that range, with a probability of 90%.



# Understanding two kinds of uncertainties, and how they are depicted

Zhang, S., Heck, P. R., Meyer, M. N., Chabris, C. F., Goldstein, D. G., & Hofman, J. M. (2023). An illusion of predictability in scientific results : Even experts confuse inferential uncertainty and outcome variability. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 120(33), e2302491120.



**Fig. 1.** Inferential uncertainty vs. outcome variability. (Left) Estimated means and an error bar representing one SE above and one SE below the mean, for two conditions in an experiment. The SE is a measure of the uncertainty in our inference of the mean. (Right) Individual outcomes shown in addition to the same SEs on the Left. With only 50 participants per condition (Top), we have less confident estimates for the mean than when we have 400 participants per condition (Bottom). However, more data do not systematically decrease the variability in the outcomes themselves.

Error bars can mean two different things:

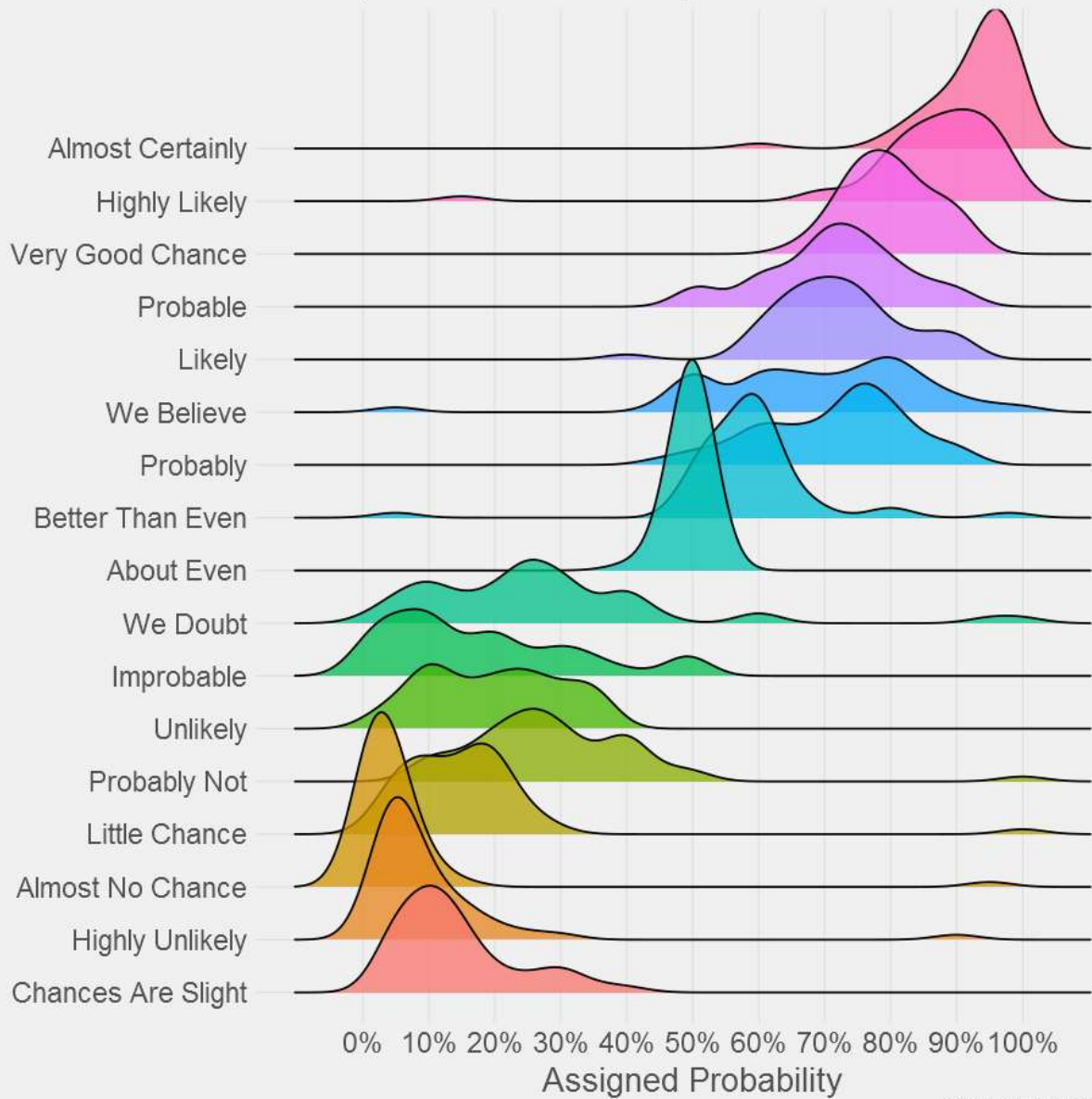
- The **standard error** reflects the spread of the underlying data
  - It does not vary with the number of measures
- The **standard error of the mean** is an estimate of the **inferential uncertainty** : how sure are we about its value?
  - It gets smaller with the number of measures

Most graphs use the standard error of the mean, but not all !

“The pervasive focus on inferential uncertainty in scientific data visualizations can mislead even experts about the size and importance of scientific findings, leaving them with the impression that effects are larger than they actually are” (“illusion of predictability”).

Solution? “When possible, visually **display both** outcome variability and inferential uncertainty by plotting individual data points alongside statistical estimates”

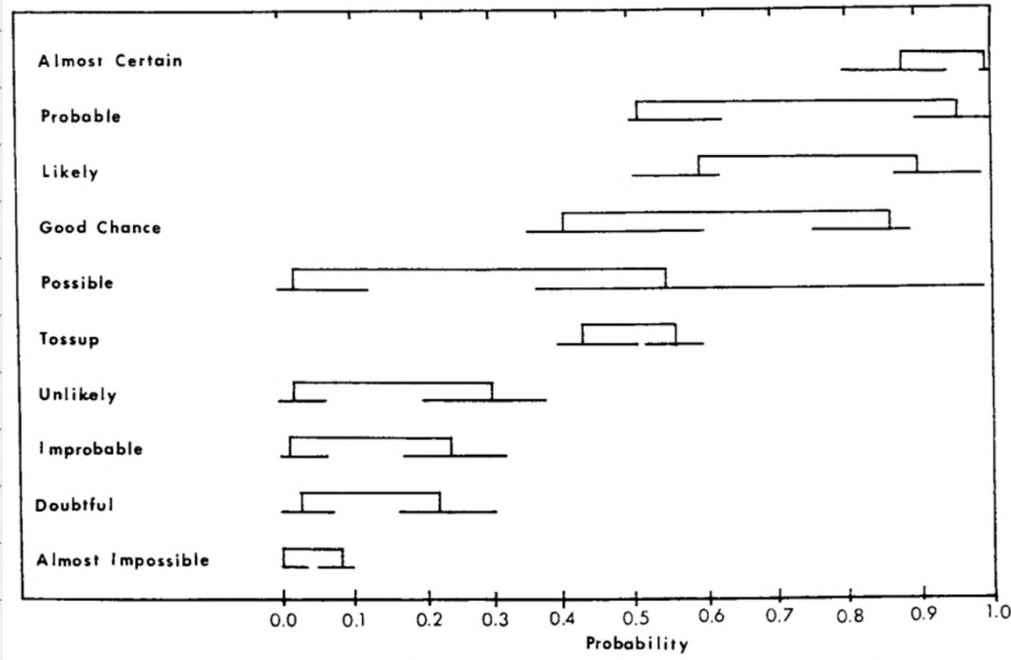
# Perceptions of Probability



created by /u/zonin

Not only graphics, but also  
**the words we use should be carefully selected.**

Wallsten, T. S., & Budescu, D. V. (1995). A review of human linguistic probability processing : General principles and empirical evidence. *The Knowledge Engineering Review*, 10(1), 43-62.  
<https://doi.org/10.1017/S0269888900007256>  
 Wallsten, T. S., Budescu, D. V., Rapoport, A., Zwick, R., & Forsyth, B. (1986). Measuring the vague meanings of probability terms. *Journal of Experimental Psychology: General*, 115(4), 348.  
<https://blog.revolutionanalytics.com/2017/08/probably-more-probably-than-probable.html>

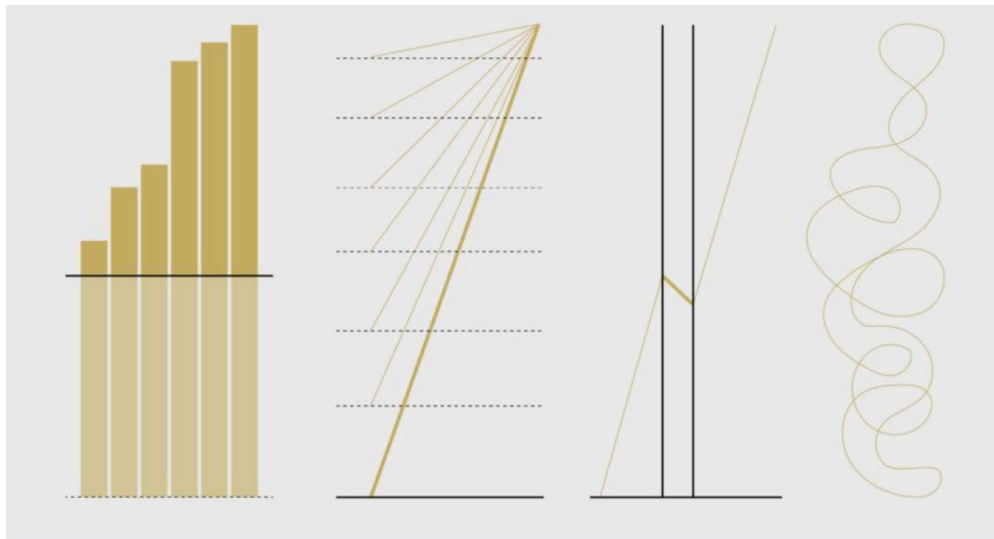


**Figure 2** First, second and third quartiles over subjects of the upper and lower probability limits for each phrase in Experiment 1 of Wallsten et al. (1986). (© American Psychology Association.)

# We are all vulnerable to misinterpretation of graphics

An antidote:

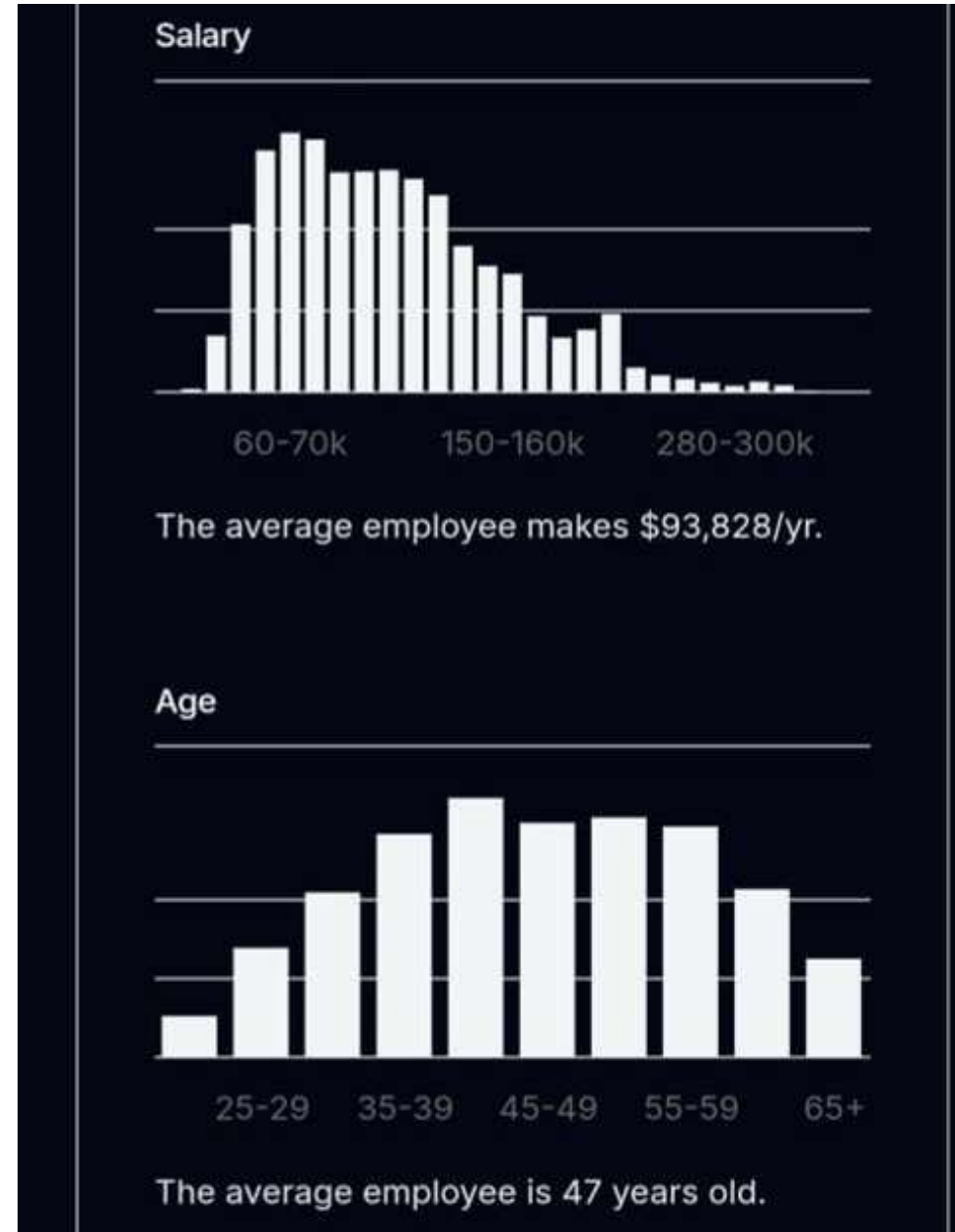
<https://flowingdata.com/projects/dishonest-charts/>



## Defense Against Dishonest Charts

This is a guide to protect ourselves and to preserve what is good about turning data into visual things.

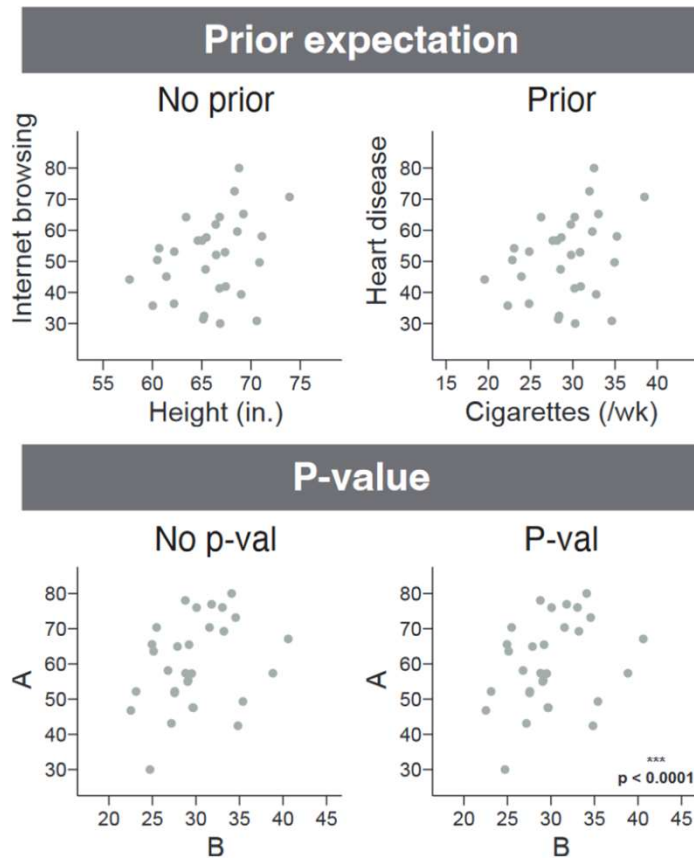
© flowingdata.com



# The influence of non-graphic evidence and priors

Hermer, E., Irwin, A. A., Roche, D. G., & Dakin, R. (2023). *How prior and p-value heuristics are used when interpreting data* (p. 2023.09.03.556128). bioRxiv.

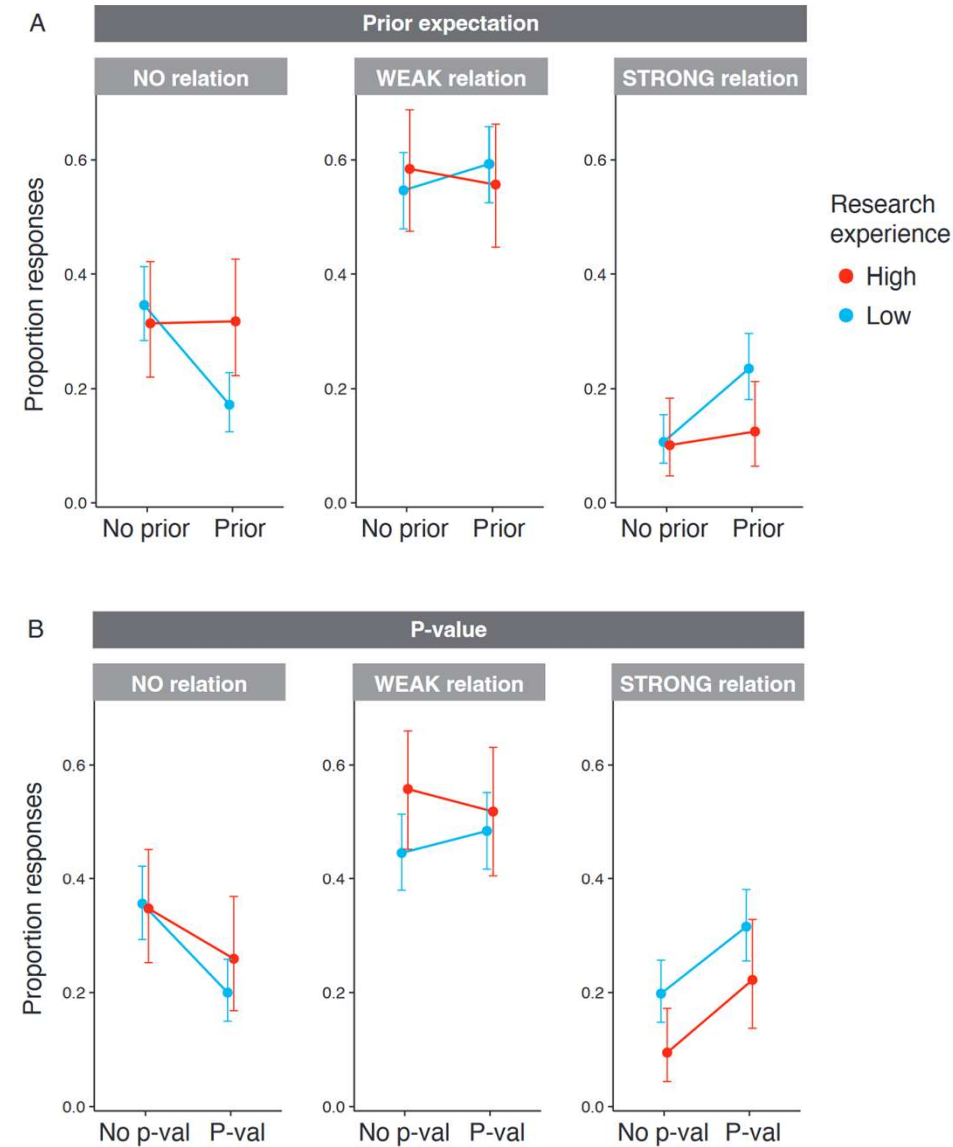
<https://doi.org/10.1101/2023.09.03.556128>



623 researchers in biology were asked to interpret scatterplots that showed 34 ambiguous relationships ( $p \sim 0.07-0.11$ ,  $r \sim 0.24-0.29$ ), while only the labels on the graphics were changed.

Here are the proportion of participants who responded « no relation », « weak relation » or « strong relation ».

The prior influenced the less-experienced researchers. The presence of a p-value influenced everyone !



# Experts in finance believe a company performs better if they see a graphic with a steeper slope

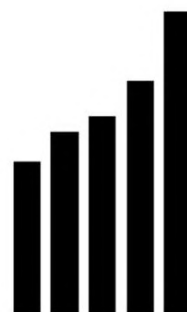
Beattie, V., & Jones, M. J. (2002). Measurement distortion of graphs in corporate reports: an experimental study. *Accounting, Auditing & Accountability Journal*, 15(4), 546-564.

Time series data used: 10, 12, 13, 15 and 20 units

Increasing the slope parameter (by stretching the y axis) makes even finance experts believe that the progression of a variable over time is more impressive than that in graphs with a smaller slope parameter.



Slope parameter = 20°  
Shape parameter = 0.62  
*Graph A*



Slope parameter = 45°  
Shape parameter = 1.71  
*Graph B (optimal)*



Slope parameter = 70°  
Shape parameter = 4.71  
*Graph C*

Conclusion :

It is crucial to teach students how to **read graphics**:

- Scrutinize the legend
- Examine the scale
- Evaluate the proportions
- Do not jump to conclusions!

# Les nouveaux programmes insistent bien sur les graphiques

quel est ton fruit préféré : orange, fraise, banane ou kiwi ? »

Dès le CP:

« Collecter des données et présenter ces données sous forme d'un tableau ou d'un diagramme en barres. »

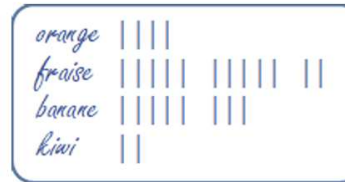
« Construire et compléter un tableau à double entrée.

Au CE1:

« Produire un tableau ou un diagramme en barres pour présenter des données recueillies. Lire et interpréter les données d'un diagramme en barres. Lire et interpréter les données d'un tableau à double entrée.

Au CE2:

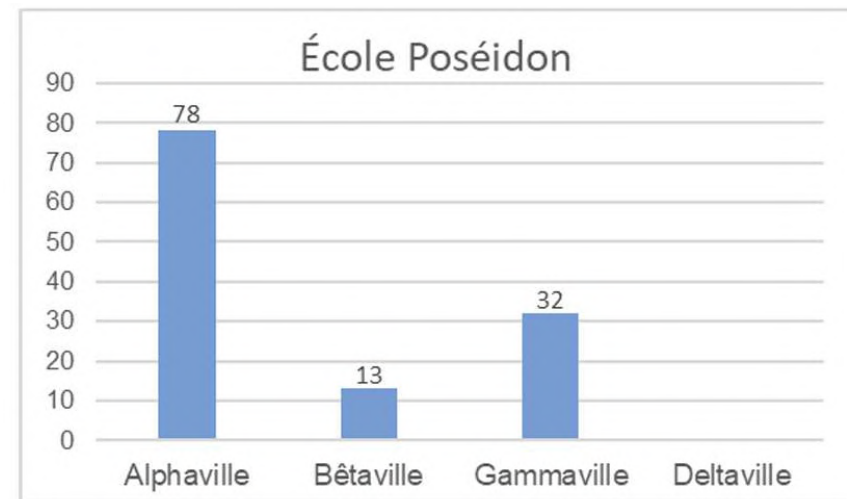
on ajoute « Résoudre des problèmes en utilisant les données d'un tableau à double entrée ou d'un diagramme en barre. »



L'élève sait ensuite organiser dans un tableau les données recueillies.

Fruit préféré	Nombre d'élèves
Orange	4
Fraise	12
Banane	8
Kiwi	2

L'élève sait traiter un exercice de même type que le suivant : Les 175 élèves de l'école Poséidon habitent dans quatre villes différentes : Alphaville, Bêtaville, Gammaville et Deltaville. Compléter le graphique suivant avec la barre correspondant aux élèves de Deltaville.



# Les nouveaux programmes insistent bien sur les graphiques

Au CM1: presque la même chose, mais quelques éléments nouveaux sont introduits de façon très discrète:

« Recueillir des données et produire un tableau, un diagramme en barres **ou un ensemble de points** dans un repère pour les présenter. – Lire et interpréter les données d'un tableau à simple ou double entrée, d'un diagramme en barres **ou d'une courbe**.

-Résoudre des problèmes **en une ou plusieurs étapes** en utilisant les données d'un tableau à simple ou double entrée, d'un diagramme en barres **ou d'une courbe**.

Au CM2: on ajoute les diagrammes circulaires...

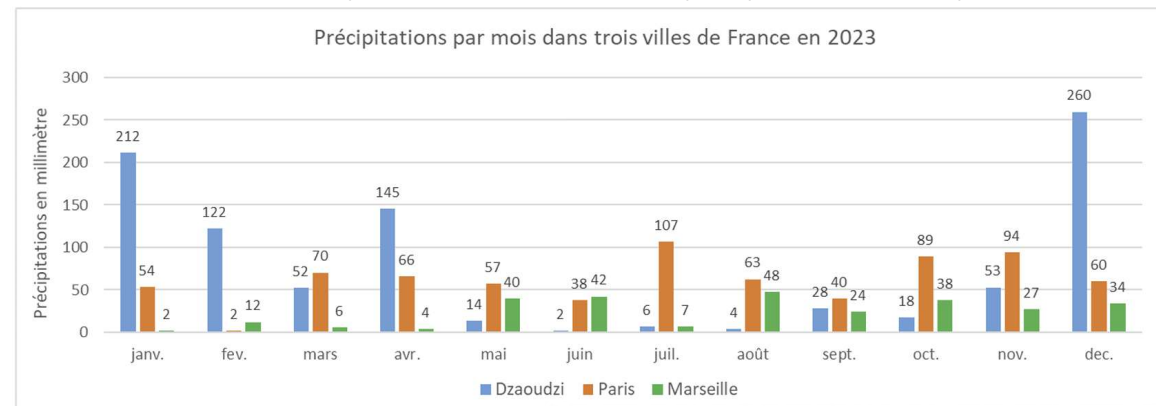
→ Les attendus sont clairs et bien plus progressifs et spécifiques que les programmes précédents

→ Bonne focalisation sur la résolution de problèmes

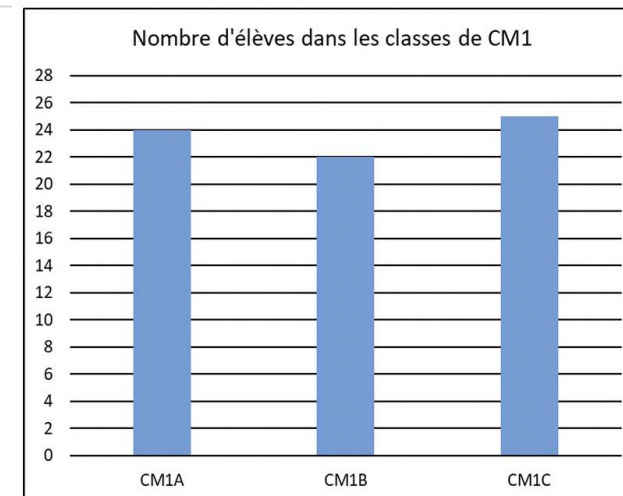
→ **Mais les étapes cognitives ne sont pas spécifiées, ni leur enseignement explicite.**

Une première indication de l'enseignement actuel des graphiques en primaire : quelles sont les **opportunités d'apprentissage** offertes par les **manuels** sur lesquels les enseignants peuvent s'appuyer ?

L'élève sait répondre à des questions comme les suivantes en utilisant le graphique ci-dessous : - Quelle a été la hauteur des précipitations à Paris en juillet 2023 ? - En 2023, quels sont les mois pendant lesquels la hauteur des précipitations a été inférieure à 10 mm à Marseille ? - En 2023, pendant quel mois a-t-il plu le plus à Marseille ? - En 2023, quels sont les mois où il a plus plu à Dzaoudzi qu'à Paris ?



Il y a 11 filles dans la classe CM1C. En utilisant le graphique ci-contre, trouve le nombre de garçons qu'il y a dans la classe CM1C.



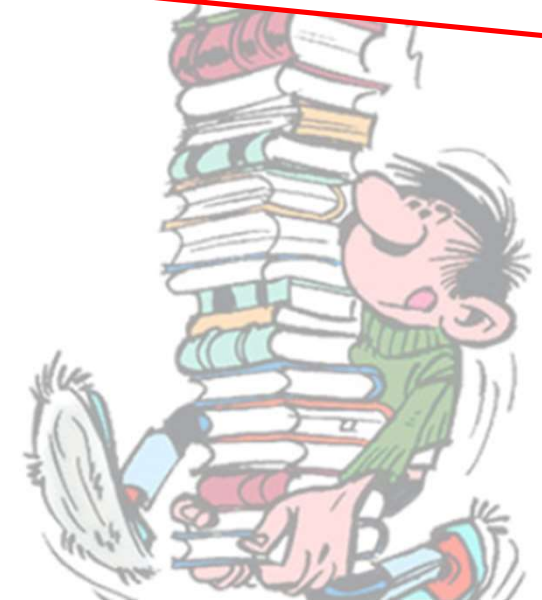
# Quelle est la place des graphiques au sein des manuels scolaires de primaire ?

**Attention : Enquête  
menée avant le  
changement de  
programme**

*Une analyse des manuels  
de mathématiques  
en CE2, CM1 et CM2.*

Syalie Liu & Lorenzo Ciccione

*NeuroSpin (CEA-INSERM-Univ. Paris-Saclay)*





# Méthodologie

- Travail de **recensement systématique des graphiques** dans plusieurs manuels de CE2, CM1 et CM2
- Analyse comparée d'un **échantillon de 12 manuels** au total :
  - **5 au CE2**
  - **5 au CM1**
  - **2 au CM2**
- Documentation scolaire complémentaire : guide pédagogique de l'enseignant, fichier de l'élève, mémo ou « Dico-maths » de l'élève

# Méthodologie

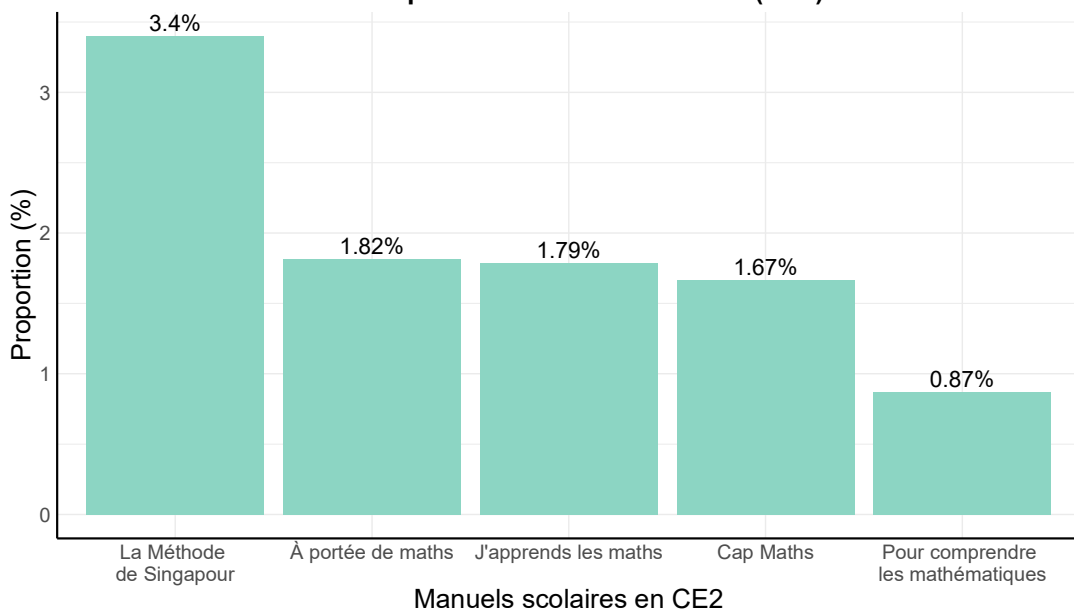
CE2	CM1	CM2
<b>Cap Maths (2021)</b>	<b>Cap Maths (2020)</b>	<b>Cap Maths (2021)</b>  J'apprends les maths (2017)
La Méthode de Singapour (2018)	La Méthode de Singapour (2017)	
J'apprends les maths (2016)	<b>J'apprends les maths (2016)</b>	
<b>À portée de maths (2018)</b>	<b>À portée de maths (2018)</b>	
Pour comprendre les mathématiques (2016)	Réussir en maths avec Montessori et la pédagogie de Singapour (2019)	

*D'après une pré-enquête sur l'Académie de Paris (MENJS, 2019), l'échantillon représente 55.8 % des manuels utilisés en CE2, 41.4 % en CM1 et 30.8 % en CM2 dans l'Académie de Paris. Les manuels les plus utilisés par niveau sont représentés en **gras** (Top 5).*

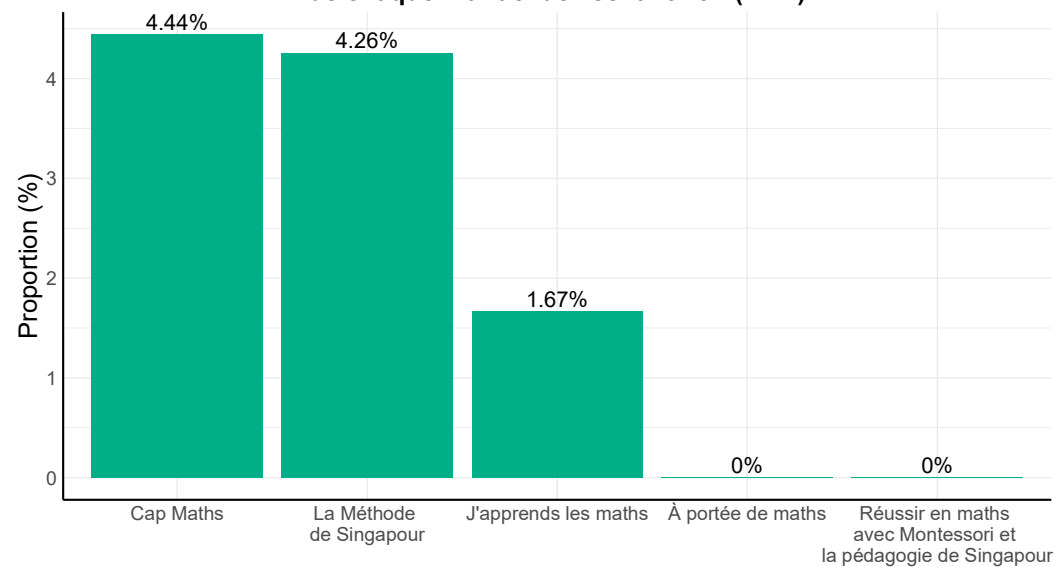
# Un domaine très minoritaire

L'enseignement des graphiques concerne **très peu de séances**, voire est **inexistant** dans certains manuels

Proportion de séances sur les graphiques par rapport au nombre total de séances de chaque manuel de l'échantillon (CE2)

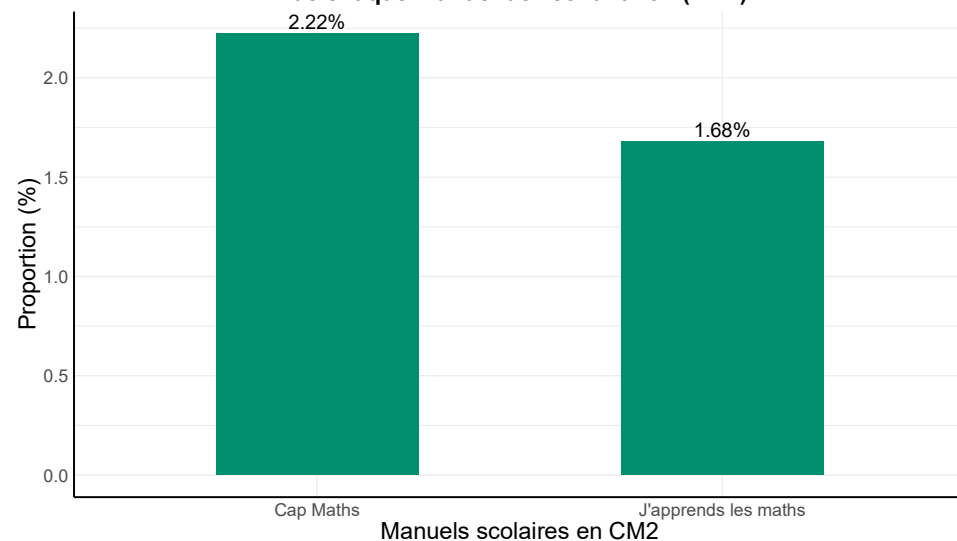


Proportion de séances sur les graphiques par rapport au nombre total de séances de chaque manuel de l'échantillon (CM1)



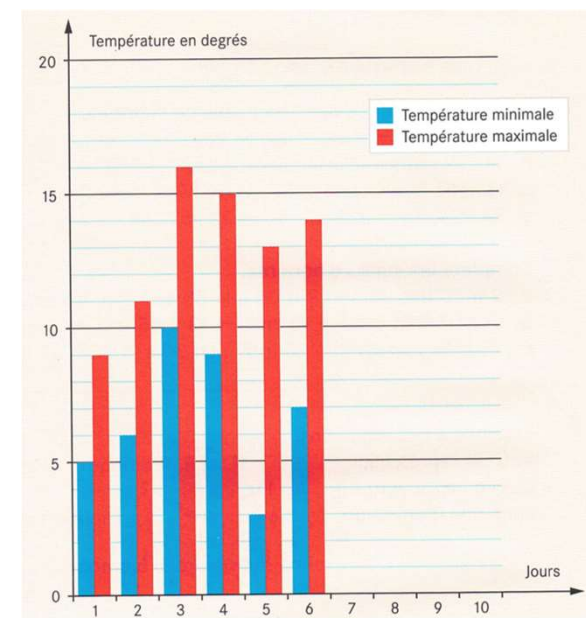
Manuels scolaires en CM1

Proportion de séances sur les graphiques par rapport au nombre total de séances de chaque manuel de l'échantillon (CM2)



# Les différents types de graphiques ne sont pas encore systématiquement introduits dans tous les manuels

	Diagramme vertical à bâton simple	Diagramme horizontal à bâton simple	Diagramme vertical à bâtons doubles	Diagramme horizontal à bâtons doubles	Graphique cartésien
Cap Maths					
La Méthode de Singapour					
J'apprends les maths					
À portée de maths	Aucune séance avec des graphiques.				
Réussir en maths avec Montessori et la pédagogie de Singapour					



Cap Maths CM1, 2020, Ed. Hatier (p. 58)

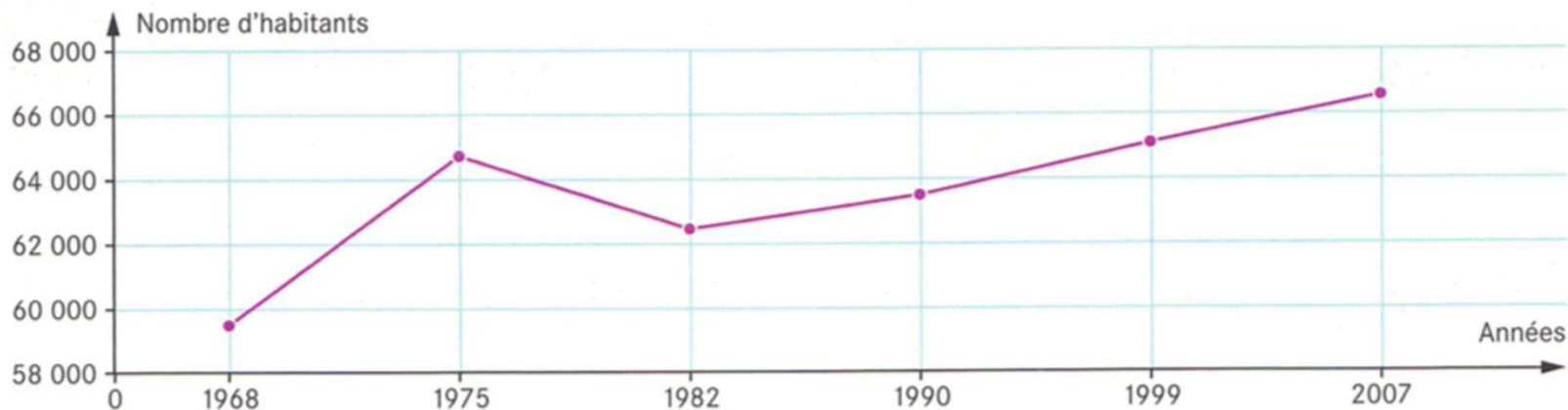
Types de graphiques rencontrés dans chaque manuel de l'échantillon en CM1

# Une syntaxe graphique plus ou moins rigoureuse...

*Cap Maths CM1, 2020, Ed. Hatier (p. 139)*

**B** Écris des questions pour ce problème, puis réponds à ces questions.

**1** Ce graphique donne des informations sur la population de la ville de Colmar, depuis 1968 jusqu'à 2007. En 2019, la population de Colmar est d'environ 71 500 habitants.



Pas si mal, mais...

- l'axe des x ne présente pas une progression linéaire en fonction du temps : différents intervalles de temps sont représentés par le même intervalle !
- L'information donnée en légende ne figure pas sur le graphique!

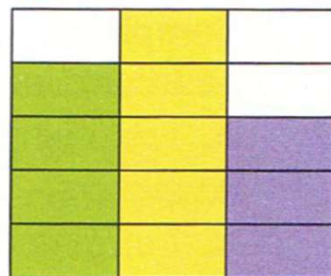
- L'axe des y n'est pas étiqueté !
- le problème ne peut pas être résolu de façon simple à partir du graphique
- Reconstituer l'axe des y est un problème tout à fait inhabituel!



## Énigme

Ce diagramme représente le nombre de chocolats que possèdent Romy, Milo et Tom. Ensemble, ils ont 60 chocolats.

**Combien Romy a-t-elle de chocolats ?**



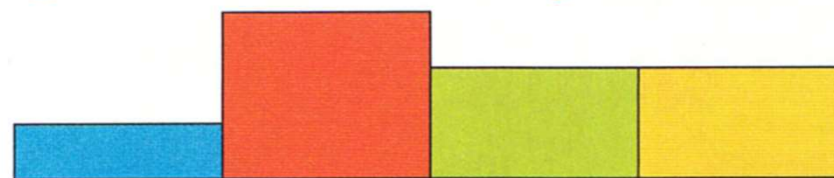
Romy Milo Tom

[hatier-clic.fr/CM1cap019](http://hatier-clic.fr/CM1cap019)

*Cap Maths CM1,  
2020, Ed. Hatier (p. 59)*



## Énigme



Dans la classe de Tom, il y a 24 élèves. Il a fait une enquête pour connaître le nombre de livres lus par chaque élève dans la semaine. Chaque barre représente le nombre d'élèves qui ont lu 0 livre, 1 livre, etc.  
**Combien d'élèves ont lu un seul livre dans la semaine ?**

[hatier-clic.fr/21CM2cap43](http://hatier-clic.fr/21CM2cap43)

*Cap Maths CM2,  
2021, Ed. Hatier (p. 129)*

# Certains manuels font beaucoup mieux... mais nécessité d'un enseignement explicite des graphiques

Guide pédagogique À portée de maths  
CE2, 2018, Ed. Hachette (p. 132)

## À PROPOS DE LA LEÇON.....

Dans cette leçon, les élèves vont apprendre à lire un graphique présenté sous différentes formes : graphique en bâtons et graphique en courbe.

L'enseignant insistera sur la prise d'informations au préalable, telles celles données par les axes ou bien celles fournies par les légendes.

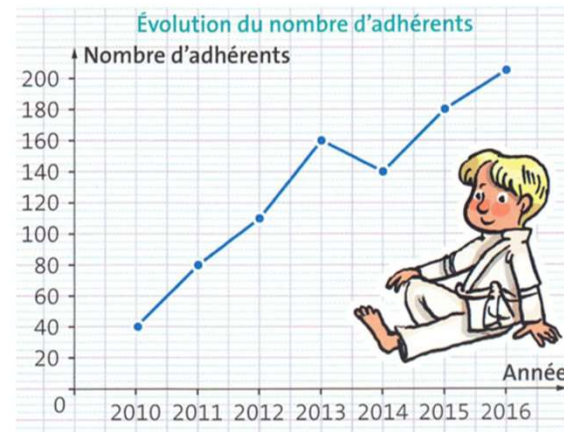
→ Un exemple de manuel qui associe syntaxe rigoureuse et enseignement qui porte sur **l'ensemble des éléments d'un graphique**

→ Mais dans une leçon isolée, sans pédagogie d'ensemble

À portée de maths CE2, 2018, Ed. Hachette (p. 134)

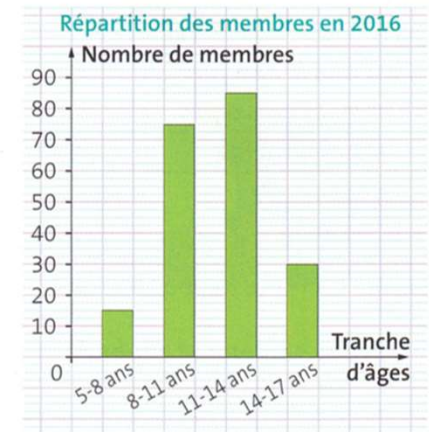
## Cherchons ensemble

Un club de judo veut connaître l'évolution du nombre de membres dans son club. Le président du club a tracé ce graphique.



- À quoi correspond l'axe horizontal ?
- À quoi correspond l'axe vertical ?
- Quel est le titre de ce graphique ?
- Quel est le nombre d'adhérents en 2013 ?
- En quelle année y a-t-il eu 140 adhérents ?

Le directeur veut aussi connaître la répartition des membres du club en 2016 en fonction de leur tranche d'âge. Il a tracé ce graphique.



- À quoi correspond l'axe horizontal ?
- À quoi correspond l'axe vertical ?
- Quel est le titre de ce graphique ?
- Combien de membres entre 11 et 14 ans sont inscrits au club en 2016 ?

# L'enseignement explicite des graphiques semble trop rare

Les manuels proposent tous des séquences d'apprentissage du type (1) **mise en situation** avec une **activité de recherche collective** (2) **application autonome** sur des exercices d'application et d'approfondissement.

→ Un modèle d'apprentissage proche des « pédagogies de la découverte » qui n'implique **pas toujours de temps de formalisation et d'enseignement explicite des graphiques**

*Guide pédagogique Pour comprendre les mathématiques CE2, 2016, Ed. Hachette (p. 102)*

*Guide pédagogique Cap Maths CM1, 2020, Ed. Hatier (p. 145)*

Activités de recherche collectives 2

## Activités du manuel 2

15 min

### Problème de référence 2

- Vérifier que les élèves savent ce qu'est un carnet de santé.
- Les élèves observent une nouvelle forme de graphique : le graphique en courbe.
- Poser ensuite quelques questions sur la structure du graphique :

– « *Que représentent les graduations verticales ?* » : elles indiquent le poids, en kilo, de Théo au fur et à mesure qu'il grandit. Chaque hauteur d'un carreau correspond à 1 kg.

– « *Que représentent les graduations horizontales ?* » : elles indiquent l'évolution de l'âge de Théo au fur et à mesure qu'il grandit. Un carreau représente une année.

– Les élèves répondent individuellement aux questions. La correction est collective.

**a** On connaît l'âge, il faut trouver le poids. À la naissance, Théo pesait 3 kg, à 2 ans 13 kg et à 8 ans 20 kg.

**b** On connaît le poids, il faut trouver l'âge. Théo pesait 8 kg à l'âge de 1 an » ; « 16 kg à l'âge de 4 ans » ; « 20 kg à l'âge de 8 ans.

**c** Les élèves doivent déduire, d'après le graphique, que l'amaigrissement de Théo se traduit par une courbe « descendante ». Ils constatent que c'est entre 4 et 5 ans que Théo a maigri.

## 2 Recherche de la question A par équipes de 2

- Remettre aux équipes la fiche 36 sur laquelle sont reproduits le tableau et le diagramme du manuel.
- Observer les procédures utilisées.

### PROCÉDURES POSSIBLES

- Utiliser les lignes de rappel horizontales pour lire directement la température en restituant mentalement ou réellement les températures non indiquées.
- Mesurer les bandes et utiliser le fait que 5 mm représente 1° (peu probable).

### DIFFICULTÉS ÉVENTUELLES

- Pour lire l'information donnée par une ligne de rappel ou trouver les températures non indiquées  
**Aide** À traiter lors de l'exploitation collective.
- Pour comprendre que 1 cm ne correspond pas à 1°  
**Aide** À traiter lors de l'exploitation collective.

- Les élèves rencontrent pour la 1<sup>e</sup> fois ces graphiques et se retrouvent **très rapidement seuls face au problème, sans être véritablement guidés par l'enseignant**
- L'intervention de l'enseignant semble tardive et passe surtout par la **correction collective d'un exercice particulier** (discussion ou mise en débat) : qu'en ressort-il pour les élèves ?



# Certains manuels pratiquent un enseignement plus explicite

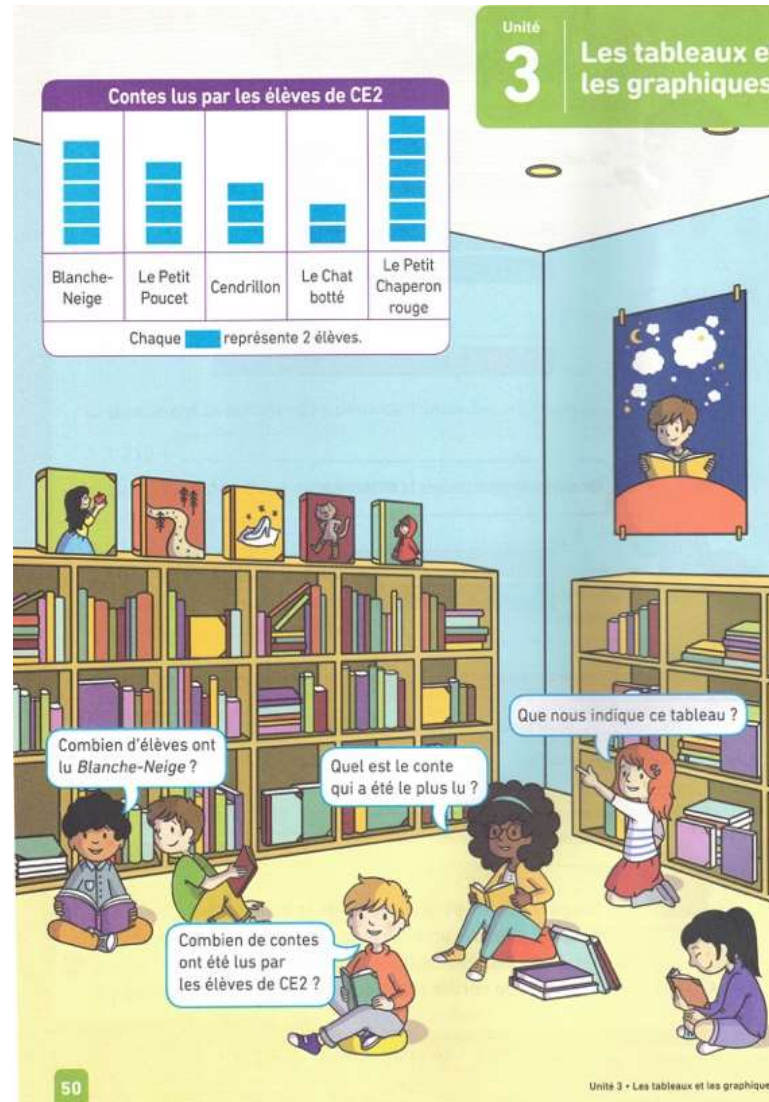
## 1 Exploration de l'illustration pleine page

Invitez les élèves à se remémorer ce qu'ils ont appris sur les tableaux au CP et au CE1. Notez leurs contributions et essayez de les réutiliser au cours de la séance.

Projetez l'illustration **page 50 du fichier 1** au tableau ou demandez aux élèves d'observer leur fichier. Interrogez les élèves : « Où se passe cette scène ? », « À quoi les enfants sont-ils occupés ? », « Et vous, quels sont vos contes préférés ? »

Focalisez l'attention des élèves sur le tableau. Faites-leur lire son titre puis les phylactères des quatre personnages. Interrogez-les : « Que représente le tableau ? », « Que représente chaque rectangle ? » (deux élèves), « Comment le savez-vous ? » (revoyez ainsi le mot « légende »), « Que représentent les colonnes ? » (les cinq catégories, ici les cinq contes traditionnels lus par les élèves de CE2), « Pourquoi n'y a-t-il pas le même nombre de rectangles dans chaque colonne ? » (car plus d'élèves ont lu *Blanche-Neige* que *Le petit Poucet* par exemple, et moins d'élèves ont lu *Le Chat botté* ; tout le monde n'a pas les mêmes goûts), « Et vous, quels sont les contes que vous avez déjà lus ? » Demandez à un volontaire de compter les rectangles de la colonne *Blanche-Neige* (5) puis d'en déduire le nombre d'élèves qui ont lu *Blanche-Neige* (10). Rappelez que ce tableau est à une échelle de 1 pour 2 puis procédez de la même façon pour les quatre autres contes traditionnels. Interrogez les élèves : « En observant le tableau, pouvez-vous me dire quel est le conte qui a été le plus lu dans cette classe de CE2 ? », « Quel est le conte qui a été le moins lu ? »

*Guide pédagogique La Méthode de Singapour CE2, 2018, Ed. La Librairie des écoles (p. 64)*



*Manuel La Méthode de Singapour CE2, 2018, Ed. La Librairie des écoles (p. 50)*

- Un exemple de manuel qui se revendique d'une pédagogie explicite
- L'entrée dans la graphicienne est davantage progressive et guidée par l'enseignant

**Conclusions : Les graphiques sont maintenant bien ancrés dans les programmes, mais pas suffisamment dans les manuels.**

**Le présent cours permet de proposer quelques étapes clés au premier degré:**

Compréhension des échelles de mesure :

- Notion de ligne numérique, échelle linéaire (et non logarithmique)
- Interpolation, ordre de grandeur
- Unités de mesure

Extraction des données individuelles d'un graphique

- Compréhension qu'un point donné indique des mesures, possède des **coordonnées**
- Extraction d'une valeur x à partir de y (ou vice-versa)
- Utilisation de la **légende** pour accéder aux données et répondre à une question
- Extraction du minimum ou du maximum

Compréhension des tendances:

- Progression d'une variable : croissante, décroissante, oscillante, accélérée...

Équivalence d'un tableau avec un graphique.

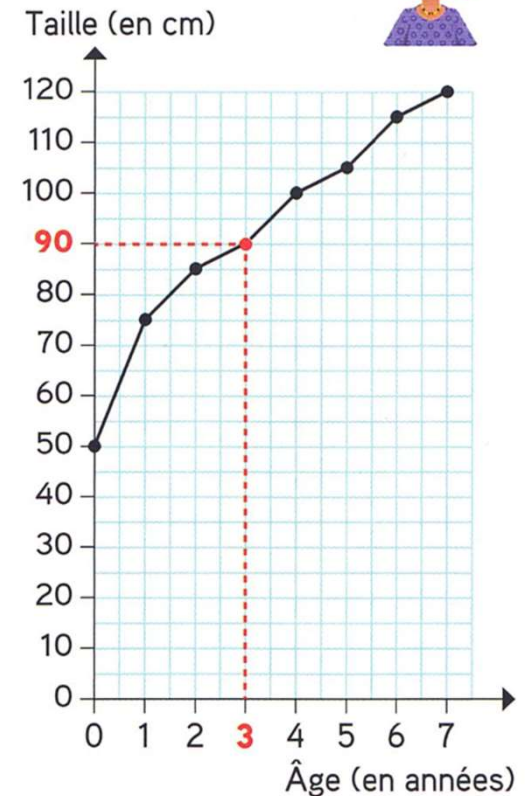
- Association d'un tableau avec un graphique correspondant.
- Capacité de construire un graphique à partir d'une table, et inversement

Équivalence d'un graphique avec un autre graphique.

- Par exemple, un nuage de points et un diagramme en barres.

Compréhension d'aspects élémentaires des statistiques:

- Moyenne et dispersion des données



*Pour comprendre les mathématiques  
CE2, 2016, Ed. Hachette (p. 65)*

