Annuaire du Collège de France

121^e^ année

2020
2021

Résumé des cours et travaux

COLLÈGE
DE FRANCE
1530

Annuaire du Collège de France
Cours et travaux du Collège de France

121 | 2024
2020-2021

Physique statistique

Bernard Derrida

Édition électronique
URL : https://journals.openedition.org/annuaire-cdf/19240
DOI : 10.4000/12ktn
ISBN : 978-2-7226-0778-1
ISSN : 2109-9227

Éditeur
Collège de France

Édition imprimée
Date de publication : 18 novembre 2024
Pagination : 91-100
ISBN : 978-2-7226-0777-4
ISSN : 0069-5580

Référence électronique
Bernard Derrida, « Physique statistique », *L'annuaire du Collège de France* [En ligne], 121 | 2024, mis en ligne le 01 octobre 2024, consulté le 28 novembre 2024. URL : http://journals.openedition.org/annuaire-cdf/19240 ; DOI : https://doi.org/10.4000/12ktn

---

PHYSIQUE STATISTIQUE

Bernard Derrida

Membre de l'Institut (Académie des sciences),
professeur au Collège de France

La série de cours « La physique des systèmes désordonnés et ses applications » est disponible en audio et vidéo, sur le site internet du Collège de France (https://www.college-de-france.fr/agenda/cours/la-physique-des-systemes-desordonnes-et-ses-applications), ainsi que la série de séminaires du même nom (https://www.college-de-france.fr/agenda/seminaire/la-physique-des-systemes-desordonnes-et-ses-applications).

ENSEIGNEMENT

COURS – LA PHYSIQUE DES SYSTÈMES DÉSORDONNÉS ET SES APPLICATIONS

Le cours a eu lieu du 11 janvier au 15 février 2021.

Introduction

La théorie des systèmes désordonnés a pour but d'essayer de comprendre l'effet de la présence d'impuretés sur les propriétés physiques de systèmes de matière condensée : conducteurs (la localisation), magnétisme (les verres de spins), transitions de phase du premier et second ordre (critère de Harris, problèmes de champ aléatoire). Tous ces sujets ont connu des avancées majeures au cours des cinquante dernières années, couronnées en particulier par le prix Nobel de Giorgio Parisi

B. Derrida, « Physique statistique », *Annuaire du Collège de France 2020-2021. Résumé des cours et travaux*, 121e année, Paris, Collège de France, 2024, p. 91-100, https://doi.org/10.4000/annuaire-cdf.19240.

en 2021. De nouvelles méthodes, comme par exemple la méthode des répliques, ont été développées, qui ont suscité un grand intérêt de la part des mathématiciens pour essayer de leur donner une assise rigoureuse. Certaines prédictions ont ainsi été totalement validées, comme la formule de l'énergie libre des verres de spins en champ moyen. D'autres questions ont été tranchées comme celles qui sont relatives à l'existence de transitions de phase pour le problème du champ aléatoire en dimensions 2 et 3. D'autres encore sont devenues des classiques de problèmes en suspens, comme la preuve de l'existence d'états délocalisés en dimension 3 pour le modèle d'Anderson. Les idées développées dans l'étude des systèmes désordonnés ont aussi eu des retombées majeures dans un grand nombre d'autres domaines : théorie des réseaux de neurones, intelligence artificielle, optimisation combinatoire, physique des verres structuraux, biologie de l'évolution, sociologie, etc.

Cette première série de cours sur les systèmes désordonnés a permis de présenter un certain nombre de méthodes (exposants de Lyapounov, méthode des répliques, développements de faible désordre...) et de résultats classiques (critère de Harris, singularités de Griffiths, localisation en basse dimension ou en fort désordre, critère de Imry-Ma...). Elle sera suivie dans le futur par un enseignement plus détaillé sur la théorie des systèmes complexes (verres de spin, réseaux de neurones, réseaux d'automates...) et sur certaines de ses retombées.

Cours du 11 janvier 2021

Le premier cours a commencé par la description de quelques exemples de modèles classiques de la théorie des systèmes désordonnés (alliage d'atomes magnétiques et non magnétiques, transport d'électrons en présence d'impuretés, longues chaînes polymériques inhomogènes comme les protéines). La principale caractéristique des systèmes désordonnés est que les variables qui spécifient une configuration microscopique sont de plusieurs natures et que leurs dynamiques dépendent fortement du type de variable considéré : sur les échelles de temps auxquelles on s'intéresse, certaines variables fluctuent rapidement et ont le temps d'atteindre un équilibre. D'autres restent totalement figées. Par exemple, dans un alliage, les spins des atomes magnétiques peuvent fluctuer sur des échelles de temps relativement courtes, alors que les positions des atomes magnétiques dans l'alliage sont essentiellement figées. De même, la séquence d'acides aminés le long d'une protéine est figée alors que sa configuration spatiale (repliée ou dépliée) peut fluctuer. La présence de ces différents types de variables conduit à la distinction entre moyenne gelée (celle qui a une réelle signification physique) et moyenne recuite (où toutes les variables sont supposées pouvoir fluctuer). Après avoir expliqué brièvement, dans le cas du modèle d'Edwards-Anderson, la raison pour laquelle la moyenne gelée est la seule à avoir un sens physique, le cours s'est poursuivi par un exposé de la méthode des répliques, dans sa version la plus simple, telle qu'elle a été décrite dans l'article de S.F. Edwards et P.W. Anderson publié en 1975. Pour les systèmes de spins unidimensionnels, la généralisation au cas désordonné de la méthode de la matrice de transfert (bien connue pour les systèmes purs) revient au problème du calcul d'exposants de Lyapounov, ce qui a été expliqué dans le cadre d'une chaîne d'Ising avec couplages et champs aléatoires.

Cours du 18 janvier 2021

Pour les systèmes purs (c'est-à-dire sans impuretés), la théorie de la renormalisation a permis de comprendre l'origine du caractère universel des comportements critiques des transitions du second ordre. Une des questions les plus simples de la théorie des systèmes désordonnés est celle de la pertinence du désordre, c'est-à-dire de savoir si ces comportements critiques peuvent être modifiés par la présence d'impuretés ou de désordre. La réponse à cette question a été donnée en 1974 par Harris, qui a établi une condition, le critère de Harris, permettant de prédire si une quantité infinitésimale d'impuretés peut modifier une classe d'universalité. Après avoir donné une formulation précise du critère de Harris, deux façons de l'expliquer ont été présentées. La première façon, classique mais de nature assez heuristique, consiste à découper un échantillon en régions de la taille de la longueur de corrélation du système pur et à comparer les fluctuations de pseudo-température de transition d'une de ces régions à l'autre avec la distance à la température critique. Si ces fluctuations sont grandes, le désordre est pertinent (la classe d'universalité change en présence d'un faible désordre). Sinon, un faible désordre ne modifie pas le comportement critique. L'autre façon repose sur un calcul perturbatif en puissance du désordre : si la première correction se met à dominer le terme principal quand on approche la température critique, le désordre est pertinent.

L'autre résultat classique discuté lors de ce second cours concernait les singularités de Griffiths. En 1969, Griffiths a montré, en utilisant le théorème de Lee et Yang, que l'aimantation d'un modèle d'Ising dilué est une fonction non analytique du champ magnétique h (en $h = 0$) à toute température au-dessous de la température de transition du système pur correspondant. La raison simple à l'origine de ces singularités est la présence de régions arbitrairement grandes identiques à celles d'un système pur. En principe, ce résultat est très général, dès que, dans un système désordonné, on peut trouver des régions arbitrairement grandes qui ressemblent à celles d'un système pur. La non-analyticité prévue par Griffiths est cependant difficile à observer, dans la mesure où, le plus souvent, il s'agit de singularités essentielles (au sens de l'analyse complexe). Cependant, en 1988, Dhar, Randeira et Sehtna ont montré que la présence de ces grandes régions, certes rares mais identiques au système pur, a pour effet de ralentir la dynamique et d'aboutir à des relaxations en exponentielles étirées, c'est-à-dire plus lentes que toute exponentielle.

Cours du 25 janvier 2021

Le troisième cours a été consacré à deux problèmes de transport unidimensionnel en milieu aléatoire : la diffusion de Sinai et la localisation d'Anderson. Dans le premier cas, on s'intéresse à la diffusion d'une particule classique sur un réseau unidimensionnel, dont les taux de saut vers la droite et vers la gauche sont des variables aléatoires gelées. Selon la distribution du désordre, on peut observer plusieurs phases : des phases normales, où la particule possède une vitesse, une constante de diffusion, et des phases où le mouvement est sous-balistique ou sous-diffusif, avec des distances parcourues qui croissent comme une puissance non entière du temps. Dans le cas où la distribution du désordre est symétrique, les déplacements augmentent en fonction du temps t comme $(\log t)^2$ (au lieu de $t^{1/2}$ en l'absence de désordre). Ce résultat, que l'on doit à Sinai en 1983, peut se comprendre en considérant que la dynamique est celle d'une particule de type Langevin dans un potentiel dont les fluctuations augmentent comme la racine de la distance.

Le modèle d'Anderson est le problème le plus simple de transport quantique en milieu aléatoire. Il décrit un seul électron dans un potentiel aléatoire, à température nulle et sans interaction avec les autres électrons. L'équation de Schrödinger décrivant le mouvement de cet électron étant une équation d'onde, la plupart des résultats peuvent se transposer facilement à d'autres problèmes d'ondes en milieu aléatoire, comme par exemple les ondes sonores dans des alliages désordonnés ou des ondes lumineuses en présence de diffuseurs placés aléatoirement. Un des résultats les plus marquants, dû à Anderson en 1958, est qu'à une dimension, l'électron est toujours localisé en présence de désordre quelle que soit son énergie, même si celle-ci lui permettrait de ne pas être localisé du point de vue classique. C'est donc un effet purement quantique, dû aux interférences. La détermination de la longueur de localisation pour des systèmes unidimensionnels se ramène au calcul d'exposants de Lyapounov de produits de matrices aléatoires. Après avoir donné une preuve de la positivité de l'exposant de Lyapounov (et donc de la localisation), le cours s'est terminé par un calcul perturbatif en puissance du désordre de l'exposant de Lyapounov. Ce calcul perturbatif fait apparaître, au premier ordre des petits dénominateurs en bord de bande, puis à l'ordre suivant au centre de la bande, et plus généralement à toutes les énergies où le nombre d'onde du système pur est rationnel.

Cours du 1er février 2021

Le quatrième cours a été entièrement consacré au problème de localisation, dans le cas du modèle à liaisons fortes d'Anderson (c'est à dire la version sur réseau). Après avoir donné une preuve de l'automoyennage de la densité d'états et déterminé le support du spectre, les différents critères de localisation ont été exposés : évolution de la fonction d'onde, facteur de participation inverse, nature du spectre (discret, singulier continu ou absolument continu), statistique des espacements entre niveaux, critère de Thouless sur le déplacement des niveaux lorsque les conditions au bords sont modifiées, décroissance de la fonction de Green. Après avoir expliqué la difficulté liée à la présence de petits dénominateurs dans le calcul de la fonction de Green, une preuve de la localisation dans le cas d'un fort désordre, due à Aizenmann et Molchanov en 1993, a été exposée. Cette preuve repose essentiellement sur des estimations de moments non entiers de la fonction de Green. Le cours s'est terminé en expliquant le lien entre le problème de localisation à un corps et celui à N corps (*many-body localisation*) où les interactions sont prises en compte. Ce lien suggéré par Basko, Aleiner et Altshuler en 2006 suscite ces dernières années un grand intérêt en particulier pour comprendre la question de la thermalisation d'un système quantique isolé.

Cours du 8 février 2021

Le cinquième cours s'est entièrement focalisé sur le problème du champ aléatoire. C'est un sujet qui a motivé un très grand nombre de travaux depuis une quarantaine d'années. Tous ces travaux avaient pour but initial de répondre à deux questions simples : la phase ferromagnétique d'un système pur subsiste-t-elle en présence d'un faible champ aléatoire et, si oui, la nature (c'est-à-dire la classe d'universalité) de la transition paramagnétique-ferromagnétique est-elle changée par la présence de ce faible champ aléatoire ? À la fin des années 1970, deux séries de travaux aboutissaient à des prédictions contradictoires, en particulier sur l'existence ou non d'une phase ferromagnétique en dimension 3 pour le modèle d'Ising en champ aléatoire. Les premiers, reposant sur l'argument de Imry-Ma (1975), prédisaient une transition de phase en dimension $d > 2$ et donc en dimension 3. Les seconds, fondés sur la réduction dimensionnelle (Aharony, Imry et Ma, 1976 ; Young, 1977 ; Parisi-Sourlas 1979), affirmaient qu'il n'y avait pas de transition pour $d \leq 3$ et que les exposants critiques d'un modèle en champ aléatoire en dimension d sont les mêmes que ceux d'un système pur en dimension $d - 2$. La question de la dimension 3 a été tranchée dans les années 1980 par une série de travaux de physique mathématique (Imbrie, 1985 ; Bricmont et Kupianen, 1987-1988) : la phase ferromagnétique existe bien en dimension 3, comme le suggérait le critère de Imry-Ma. En dimension 2, la phase ferromagnétique disparait en présence d'un faible champ aléatoire (Aizenman-Wehr, 1990). Des travaux plus récents (Aizenman, Harel et Peled, 2020) ont même écarté la possibilité d'une décroissance en loi de puissance des fonctions de corrélation en dimension 2. Par ailleurs, toute une série de travaux récents ont essayé de comprendre les limitations de la réduction dimensionnelle, en particulier pour savoir si celle-ci reste néanmoins valable en dimension suffisamment haute.

Après avoir montré, dans le cas simple du champ moyen, que la transition peut changer de nature et devenir du premier ordre en présence d'un champ aléatoire suffisamment fort, ainsi que la possibilité d'une avalanche macroscopique lorsqu'on modifie le champ magnétique, le cours s'est poursuivi par le raisonnement à la base de l'argument original de Imry-Ma. Certaines parties de la preuve de Aizenman-Wehr, qui repose sur l'argument de Peierls, ont été expliquées. Une des conséquences de ce résultat est une prédiction générale : l'absence de transition de phase du premier ordre en présence de désordre pour les systèmes bidimensionnels. La fin du cours a montré pourquoi la dimension critique supérieure est $d = 6$ pour le champ aléatoire, comme le prévoit la réduction dimensionnelle (alors qu'elle est de 4 pour le modèle d'Ising pur) en utilisant un argument heuristique semblable à celui du critère de Harris.

Cours du 15 février 2021

Le dernier cours a porté sur les liens entre systèmes désordonnés et problèmes d'optimisation, en s'appuyant sur des exemples. Ainsi, la détermination de l'état fondamental d'un modèle de verre de spins d'Ising en dimension 2 peut se formuler comme un problème d'appariement minimal, celui des plaquettes frustrées du réseau bidimensionnel. De même, la recherche de l'état fondamental d'un modèle d'Ising en champ aléatoire est un problème de partitionnement du type de ceux qui ont été introduits par Fu et Anderson en 1985, où il s'agit de diviser un ensemble de $2N$ points en deux groupes de N, en minimisant la somme de liens connectant les points entre les deux groupes. Ces questions d'optimisation ou de manière équivalente de recherche de l'état fondamental de modèles de spins désordonnés ont conduit à inventer de nouveaux algorithmes, comme le recuit simulé de Kirkpatrick, Gelatt et Vecchi en 1983 ou, plus récemment, l'algorithme quantique adiabatique (Farhi, Goldstone, Gutman, Lapan, Ludgen et Preda, 2001). Le cours s'est terminé en évoquant des problèmes de contraintes liés à l'apprentissage dans la théorie des réseaux de neurones, sujet dont l'intérêt a été grandement renouvelé dans les développements récents de l'intelligence artificielle.

SÉMINAIRES LIÉS

Séminaire 1 – Lois d'échelle de produits de matrices aléatoires

Jean-Marc Luck (Institut de physique théorique, CEA/université Paris-Saclay), le lundi 11 janvier 2021

Les matrices de transfert sont un outil très utilisé dans l'étude de systèmes unidimensionnels. Dans le cas désordonné, on doit considérer des produits de matrices aléatoires indépendantes qui ne commutent pas entre elles et déterminer les exposants de Lyapounov qui caractérisent la croissance exponentielle de ces produits. Ce séminaire a permis de décrire les différents régimes possibles pour des produits de matrices aléatoires 2×2 proches de l'unité. En utilisant la décomposition de Iwasawa, on peut montrer que l'exposant de Lyapounov dépend de neuf paramètres (les valeurs moyennes et la matrice de covariance de trois coordonnées de Iwasawa). Dans le cas le plus général, l'exposant de Lyapunov prend une forme d'échelle qui peut s'écrire en termes de fonctions hypergéométriques. D'autres fonctions spéciales (Airy, Bessel, Whittaker…) apparaissent dans des cas particuliers. Ce séminaire, reposant sur un article publié en collaboration avec Alain Comtet, Jean-Marc Luck, Christophe Texier et Yves Tourigny (*Journal of Statistical Physics*, vol. 150, 2013, p. 13-65), a ainsi présenté une classification de toutes les classes d'universalité possibles des comportements critiques de systèmes unidimensionnels décrits par ces produits de matrices 2×2.

Séminaire 2 – Modèles d'accrochage avec désordre

Giambattista Giacomin (Laboratoire de probabilités, statistique et modélisation, UMR 7599), le lundi 18 janvier 2021

Les modèles d'accrochage forment une classe de modèles unidimensionnels qui, en absence de désordre, sont exactement solubles et présentent une transition de phase. L'ordre de cette transition dépend d'un paramètre du modèle qui intervient dans l'expression de l'entropie des boucles. Pour un système pur, en jouant sur ce paramètre, on peut changer l'ordre de la transition (du premier ordre ou second ordre) et modifier les comportements critiques. Il s'agit donc d'un contexte idéal pour tester le critère de Harris sur la pertinence ou non du désordre, mais aussi pour aller au-delà de ce critère, notamment pour essayer de comprendre le cas dit « marginal » ou la nature de la transition de phase quand le désordre est pertinent. Ces questions ont été beaucoup étudiées dans le contexte des modèles d'accrochage à la fois en physique et en mathématique. Ce séminaire a présenté une revue des principaux résultats connus et des questions ouvertes. Il a en particulier montré pourquoi les modèles d'accrochage se prêtent si bien à un traitement assez complet même en présence de désordre.

Séminaire 3 – Systèmes désordonnés à une dimension, fluctuations de produits de matrices aléatoires et exposant de Lyapunov généralisé

Christophe Texier (Laboratoire de physique théorique et modèles statistiques, université Paris Saclay), le lundi 25 janvier 2021

Les exposants de Lyapunov jouent un rôle central dans l'étude des produits de matrices aléatoires et apparaissent dans de nombreux contextes en physique. Par exemple, ils permettent de caractériser le degré de localisation d'ondes dans des milieux désordonnés ou de calculer l'énergie libre de chaînes de spins aléatoires. Les exposants de Lyapounov caractérisent le taux typique de croissance des produits de matrices aléatoires. Pour étudier les fluctuations de ce taux de croissance, il faut utiliser des exposants de Lyapounov généralisés, c'est-à-dire la fonction génératrice du logarithme du produit de matrices. Ces exposants généralisés apparaissent dans toute une série de problèmes. Par exemple, ils permettent de déterminer le nombre d'états d'équilibre d'une ligne, comme un polymère dirigé, dans un potentiel aléatoire. Cet exposé a résumé les principaux résultats d'une série d'articles :

Ramola K. et Texier C., « Fluctuations of random matrix products and 1D Dirac equation with random mass », *Journal of Statistical Physics*, vol. 157, 2014, p. 497-514, https://doi.org/10.1007/s10955-014-1082-z.

Fyodorov Y.V., Le Doussal P., Rosso A. et Texier C., « Exponential number of equilibria and depinning threshold for a directed polymer in a random potential », *Annal of Physics*, vol. 397, 2018, p. 1-64, https://doi.org/10.1016/j.aop.2018.07.029.

Texier C., « Fluctuations of the product of random matrices and generalized Lyapunov exponent », *Journal of Statistical Physics*, vol. 181, 2020, p. 990-1051, https://doi.org/10.1007/s10955-020-02617-w.

Comtet A., Texier C. et Tourigny Y., « Representation theory and products of random matrices in SL(2,R) », preprint *Mathematical Physics* (math-ph), https://arxiv.org/abs/1911.00117.

Texier C., « Generalized Lyapunov exponent of random matrices and universality classes for SPS in 1D Anderson localisation », *Europhysics Letters*, vol. 131, nº 1, 2020, art. 17002, https://doi.org/10.1209/0295-5075/131/17002.

Séminaire 4 – Dynamique hors équilibre des gaz quantiques désordonnés

Dominique Delande (laboratoire Kastler-Brossel, CNRS/Sorbonne Université/ École normale supérieure, Collège de France), le lundi 1er février 2021

La possibilité de préparer un gaz d'atomes froids dans des états hors d'équilibre permet d'étudier des propriétés de transport dans des conditions inhabituelles. Elle permet de donner un nouvel éclairage à des problèmes anciens comme la localisation d'Anderson pour les systèmes de particules sans interactions en présence de désordre. Elle permet aussi d'étudier comment les interactions induisent la relaxation vers l'équilibre.

Séminaire 5 – Les multiples puzzles du modèle d'Ising en champ aléatoire

Gilles Tarjus (Laboratoire de physique théorique de la matière condensée, Sorbonne Université), le lundi 8 février 2021

Étant pourtant l'un des modèles désordonnés les plus simples, le modèle d'Ising en présence de champs magnétiques aléatoires gelés a soulevé depuis son introduction au milieu des années 1970 de nombreuses questions à propos de son comportement critique à la transition ferromagnétique, questions qui sont longtemps restées sans réponse. Le cœur des difficultés vient de la présence de phénomènes collectifs singuliers, « avalanches » à température nulle et excitations de basse énergie en forme de « gouttelettes » à basse température, qui ne peuvent être décrits par les approches traditionnelles comme le groupe de renormalisation perturbatif. La théorie des champs et le groupe de renormalisation aptes à décrire la physique à grande échelle doivent alors être fonctionnels – les objets de base n'étant plus, comme dans l'approche classique, des constantes de couplage mais des fonctions – et non perturbatifs. Ce séminaire a fait une brève revue des développements et des débats récents sur le sujet.

Séminaire 6 – Problèmes aléatoires de satisfaction de contraintes : approches et résultats de la physique statistique

Guilhem Semerjian (Laboratoire de physique, École normale supérieure, université PSL), le lundi 15 février 2021

Une des retombées les plus spectaculaires de la théorie des systèmes désordonnés a été toute une série de prédictions sur les problèmes d'optimisation comme la partition ou le coloriage de graphes, et la satisfaisabilité. Pour un problème d'optimisation donné, de manière générale, en variant un certain nombre de paramètres, on observe différents types de transitions entre une situation où il y a un grand nombre de solutions toutes regroupées en un seul amas et une situation sans solutions, en passant par une phase où les solutions s'organisent en un nombre exponentiellement grand d'amas.

Plusieurs de ces prédictions, obtenues en particulier par la méthode des répliques, ont attiré l'attention de nombreux mathématiciens, dans le but de les justifier rigoureusement.

RECHERCHE

Mes travaux de recherche au cours de l'année 2020-2021 ont été dans le prolongement de ceux qui avaient été entrepris les années précédentes, avec, comme nouveautés principales, des travaux sur les arbres aléatoires.

LES ARBRES ALÉATOIRES

Avec Thomas Duquesne de Sorbonne Université à Paris et Zhan Shi de l'Académie chinoise des sciences à Pékin, nous avons entrepris une série de travaux sur les arbres aléatoires. Cela a abouti à formuler ces problèmes comme des processus de croissance-fragmentation qui sont très étudiés pour décrire le développement de colonies de cellules. Le modèle précis que nous avons considéré permet de pousser très loin l'analyse et de déterminer de manière explicite des propriétés comme la distribution des âges et des tailles des cellules dans la population ou celle du nombre d'ancêtres. Nous avons entrepris la rédaction de ces travaux.

GRANDES DÉVIATIONS ET COUPLAGES AVEC LES RÉSERVOIRS

Avec Ori Hirshberg et Tridib Sadhu, nous avons montré comment plusieurs résultats sur les fonctions de grandes déviations de la densité et du courant peuvent se généraliser au cas de faibles couplages avec des réservoirs. Il faut alors inclure explicitement les couplages avec les réservoirs pour décrire aussi bien les grandes déviations que les fluctuations.

LES *OVERLAPS* ENTRE DEUX TEMPÉRATURES

Avec Peter Mottishaw de l'université d'Édimbourg, nous avons poursuivi nos travaux sur les verres de spins et la méthode des répliques. Nous avons essayé de comprendre comment fonctionne la méthode des répliques quand on s'intéresse aux *overlaps* entre deux températures, dans le cas le plus simple, celui du modèle à énergies aléatoire. Nous avons montré que le schéma de brisure de symétrie des répliques inventé par Parisi il y a quarante ans doit être modifié, en laissant la taille des blocs fluctuer, pour pouvoir retrouver les résultats exacts obtenus pour le modèle d'énergies aléatoires.

DÉSORDRE ET RENORMALISATION

Mon étudiant Victor Dagard a poursuivi sa thèse sur le modèle de renormalisation qui avait été introduit en 2014. Ce modèle présente une transition de phase d'ordre infini dont nous avons démontré les caractéristiques, en particulier celles relatives à l'influence de la condition initiale. À la transition, les propriétés critiques sont intimement liées à celles d'un arbre aléatoire dont les taux de branchement peuvent être complètement décrits par les solutions invariantes d'échelle que nous avions obtenues précédemment.

PUBLICATIONS

Derrida B. et Shi Z., « Results and conjectures on a toy model of depinning », *Moscow Mathematical Journal*, vol. 20, nº 4, 2020, p. 695-709 [arXiv : 2005.10208].

Derrida B. et Mottishaw P., « One step replica symmetry breaking and overlaps between two temperatures », *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, vol. 54, nº 4, 2021, art. 045002, https://doi.org/10.1088/1751-8121/abd4ad.

Derrida B., Hirschberg O. et Sadhu T., « Large deviations in the symmetric simple exclusion process with slow boundaries », *Journal of Statistical Physics*, vol. 182, nº 1, 2021, art. 15, https://doi.org/10.1007/s10955-020-02680-3.

Derrida B., « Working with Dietrich Stauffer in the '80s and '90s », *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 565, 2021, art. 125599, https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.125599.

Chen X., Derrida B., Dagard V., Hu Y., Lifshits M. et Shi Z., « The Derrida-Retaux conjecture on recursive models », *The Annals of Probability*, vol. 49, nº 2, 2021, p. 637-670, https://doi.org/10.1214/20-AOP1457 [arXiv : 1907.01601].