



## Leçon N. 3 – 6 Novembre 2024

Alessandro  
**MORBIDELLI**

Chaire

**Formation planétaire: de la Terre aux exoplanètes**

***Origine et évolution du Système solaire externe:  
Les planètes géantes, leurs satellites et les objets Troyens***



## Le planètes géantes

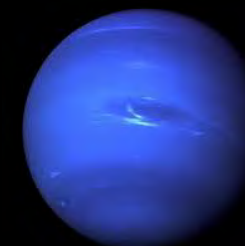


Jupiter:  $317,8 M_{\oplus}$ ;  $R=69\,911$  km



Saturne:  $95,16 M_{\oplus}$ ;  $R=58\,232$  km

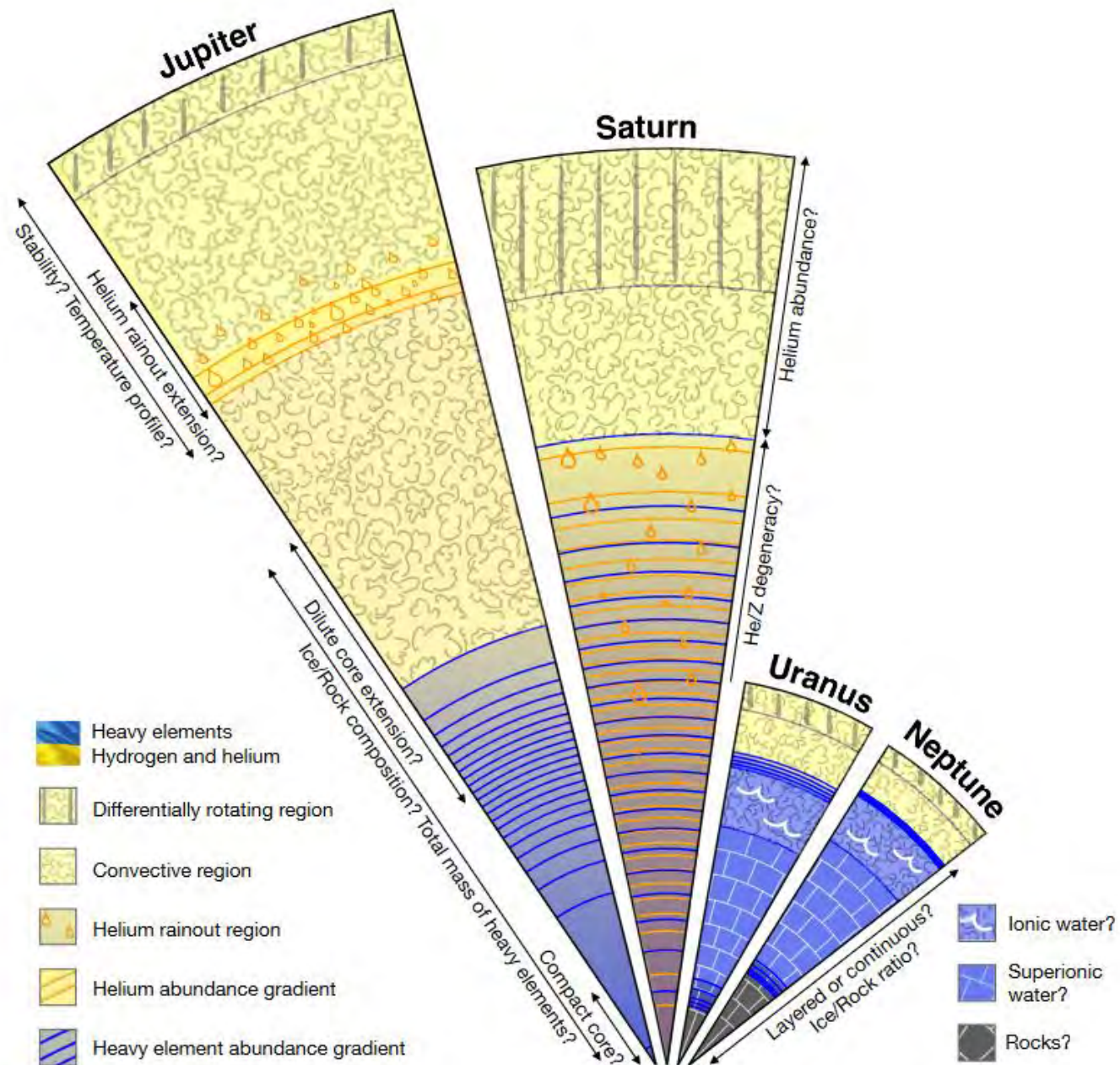
Uranus:  $14,54 M_{\oplus}$ ;  $R=25\,362$  km



Neptune:  $17,15 M_{\oplus}$ ;  $R=24\,622$  km



# Le planètes géantes







# Les satellites “réguliers”: Jupiter



3.630 km      3.138 km      5.268 km      4.806 km

Satellites Galiléens (Galilée, 1610)



COLLÈGE DE FRANCE 1530

1570

QVID EI POTEST VIDERI MAGNVM IN REBVS HYMANIS, CVI AETERNI TAS OMNIS, TOTIVSQUE MVNDI NOTA SIT MAGNITVDO. CICERO.

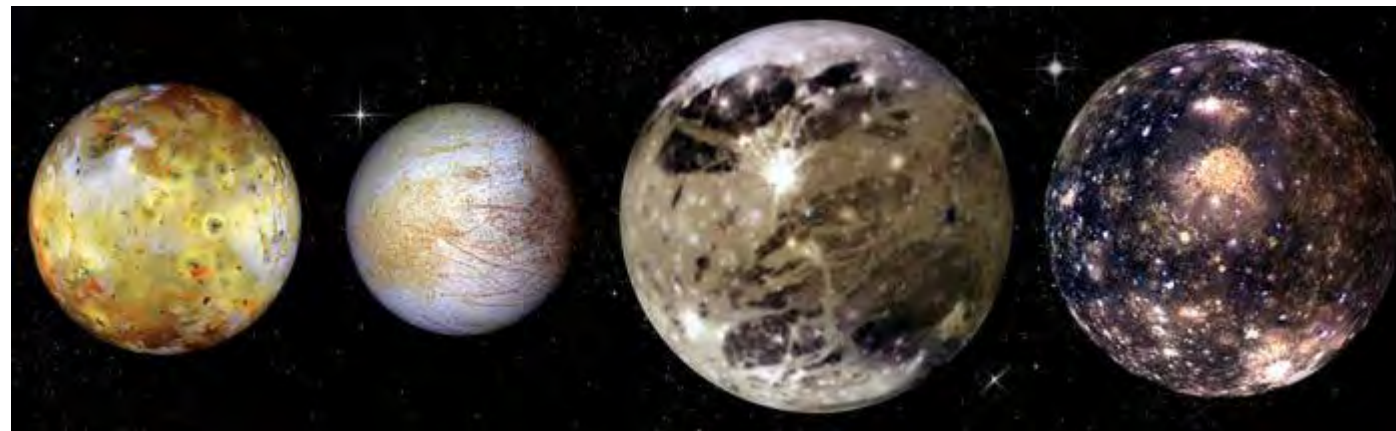


1714





# Les satellites "réguliers": Jupiter



3.630 km

3.138 km

5.268 km

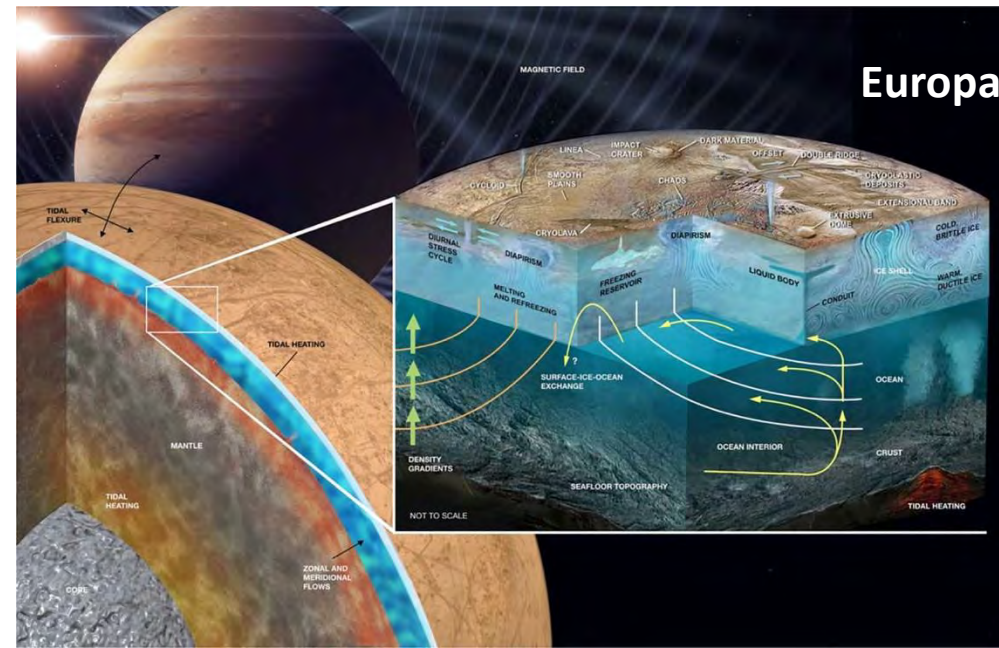
4.806 km

Satellites Galiléens (Galilée, 1610)

Io



Europa





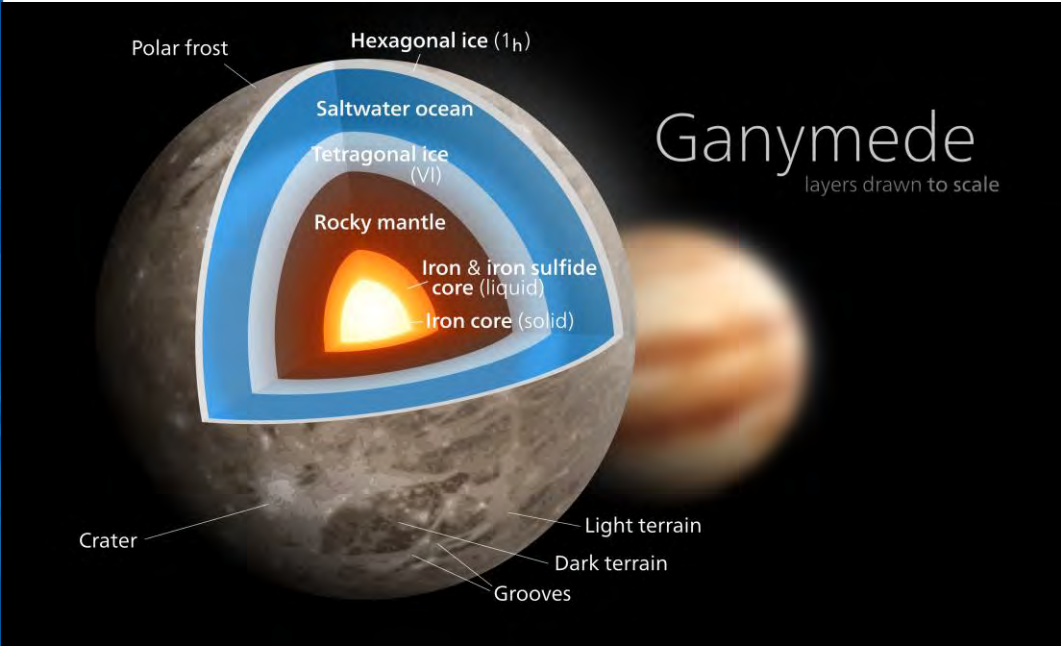


# Les satellites "réguliers": Jupiter



3.630 km      3.138 km      5.268 km      4.806 km

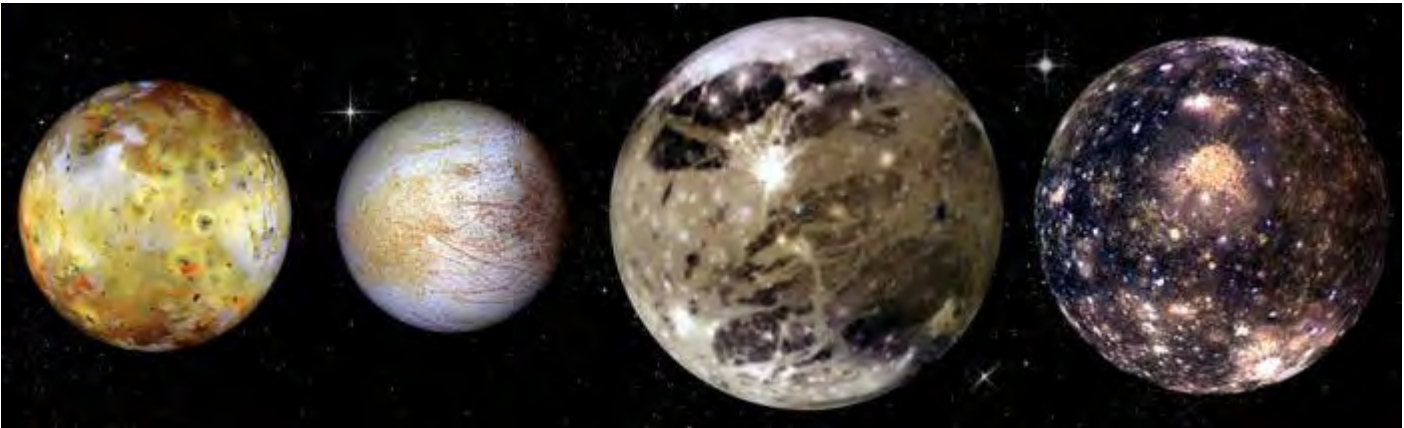
Satellites Galiléens (Galilée, 1610)



Callisto

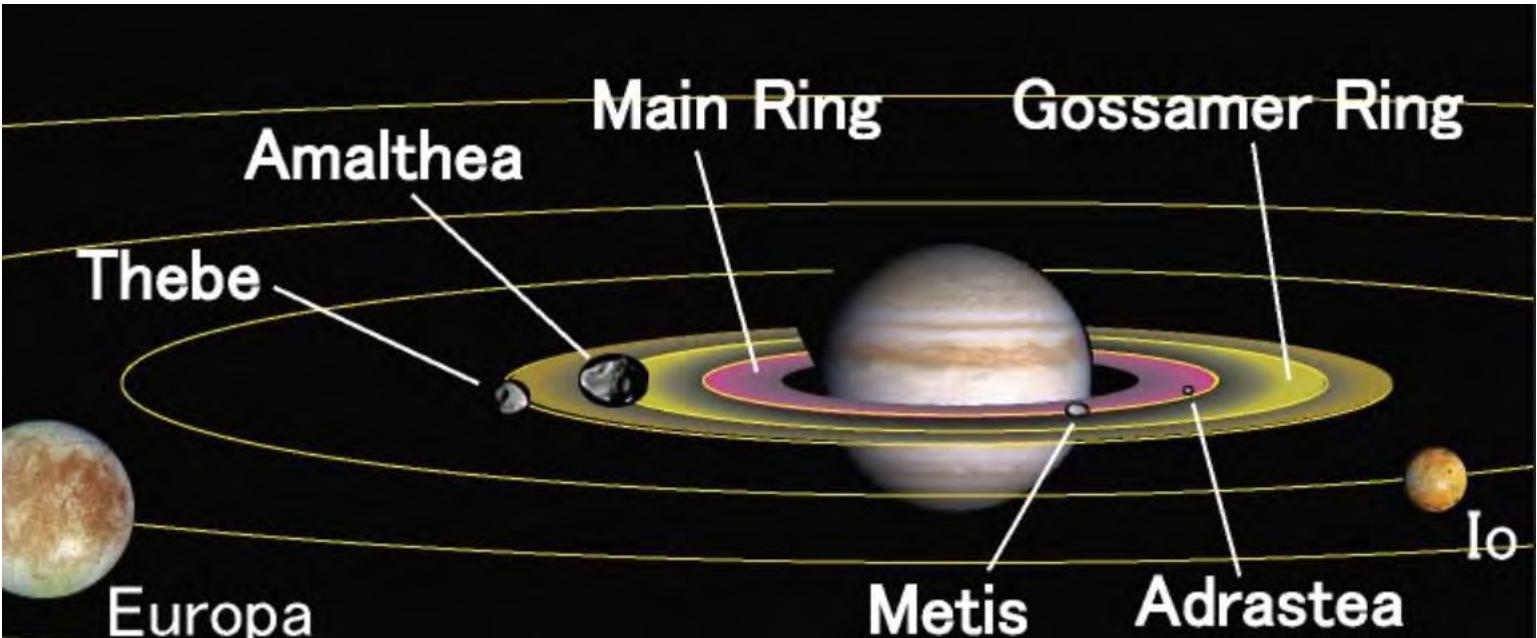


# Les satellites "réguliers": Jupiter



3.630 km      3.138 km      5.268 km      4.806 km

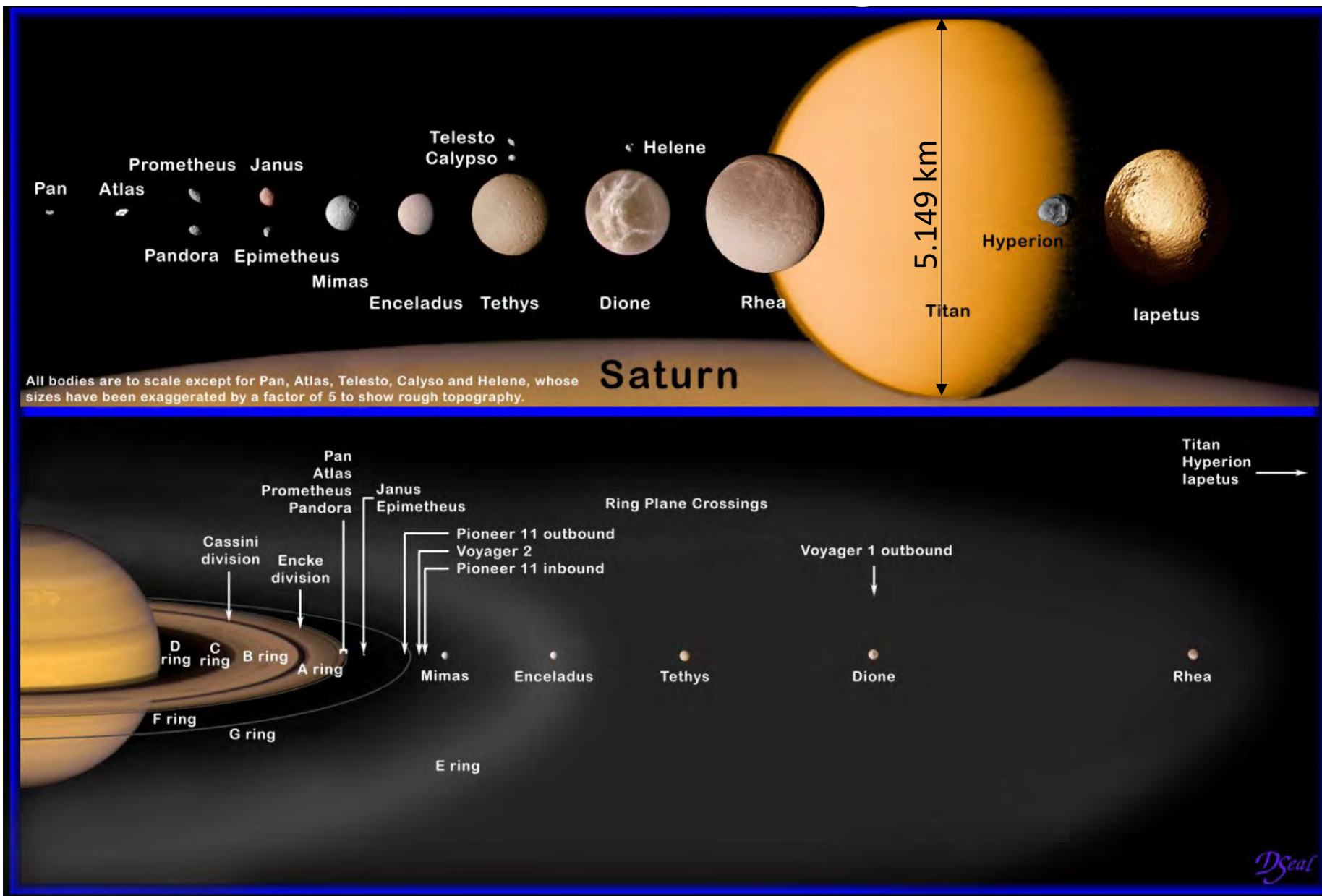
Satellites Galiléens (Galilée, 1610)







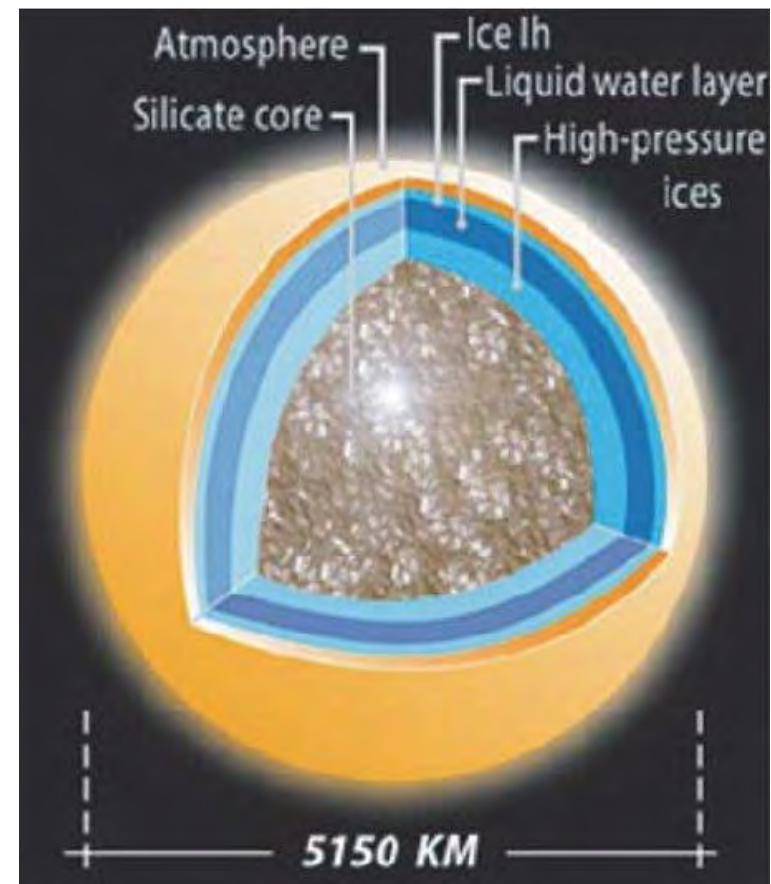
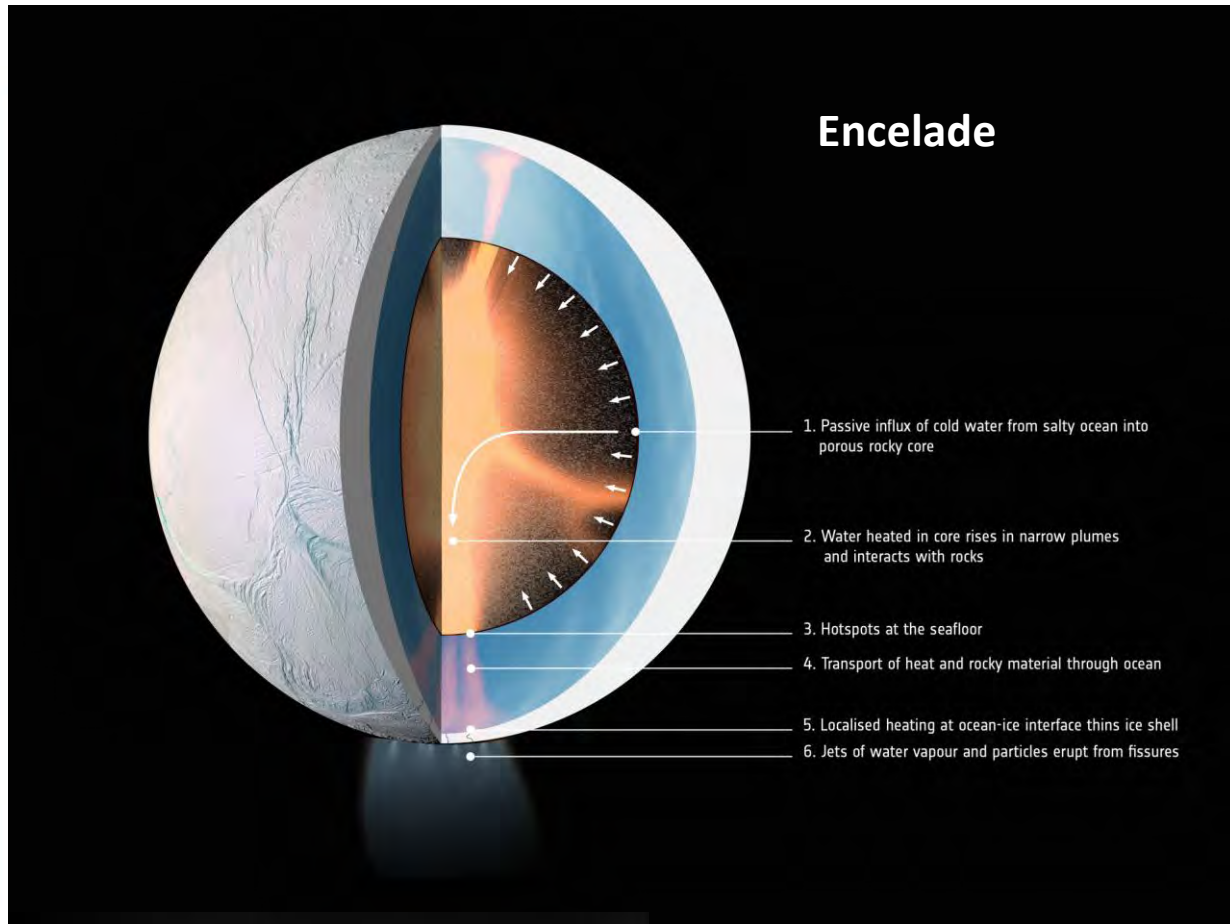
# Les satellites "réguliers": Saturne



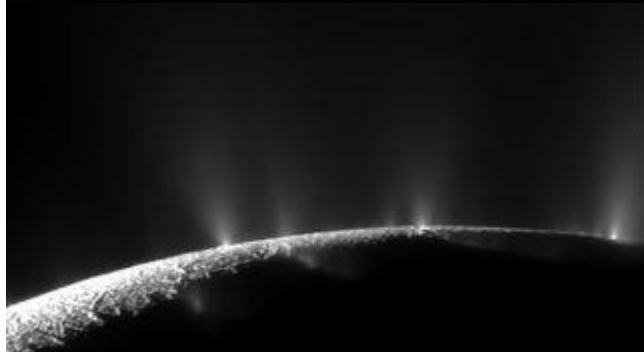




## Les satellites “réguliers”: Saturne

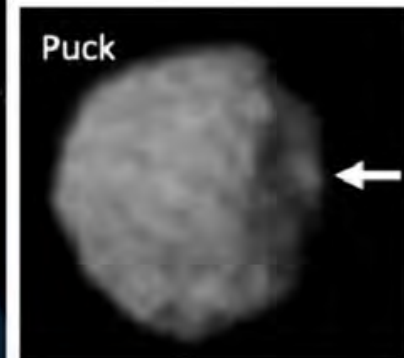
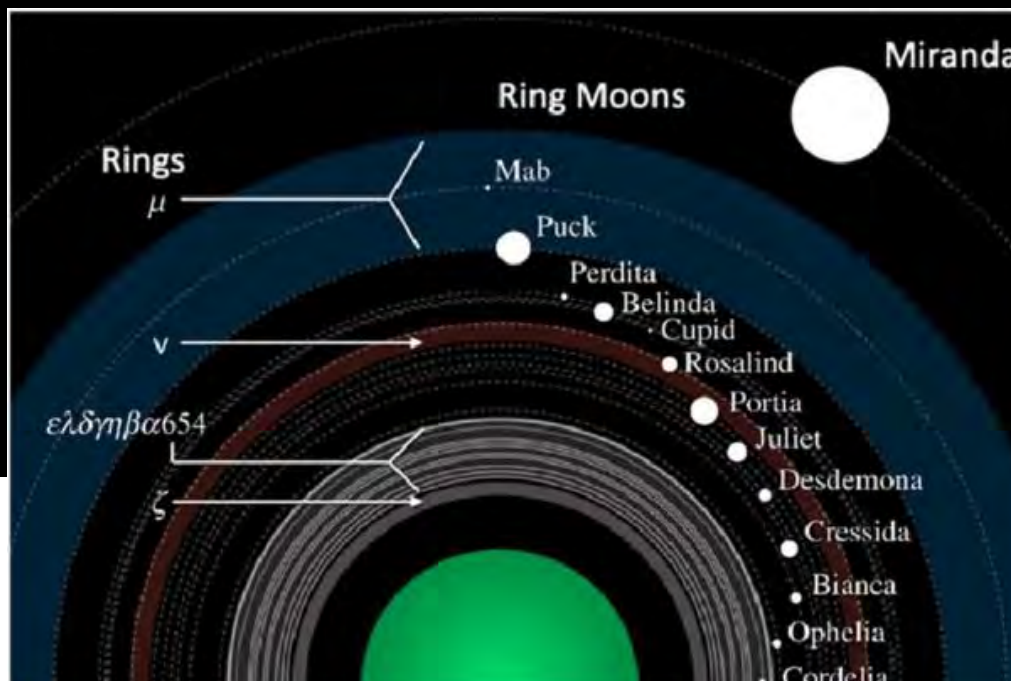


Titan





## Les satellites "réguliers": Uranus

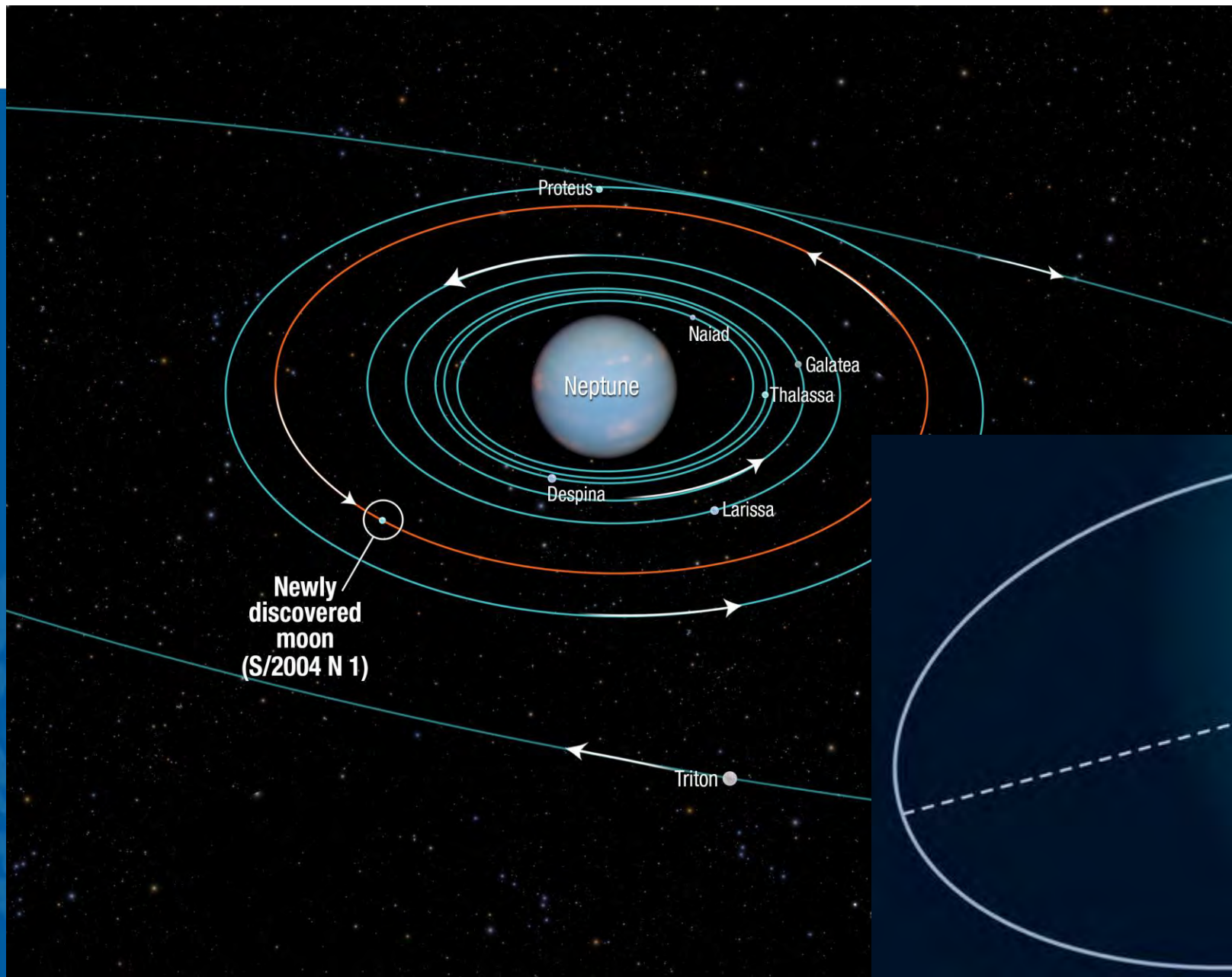


Sur le plan équatorial de la planète,  
lui-même incliné de  $\sim 98^\circ$





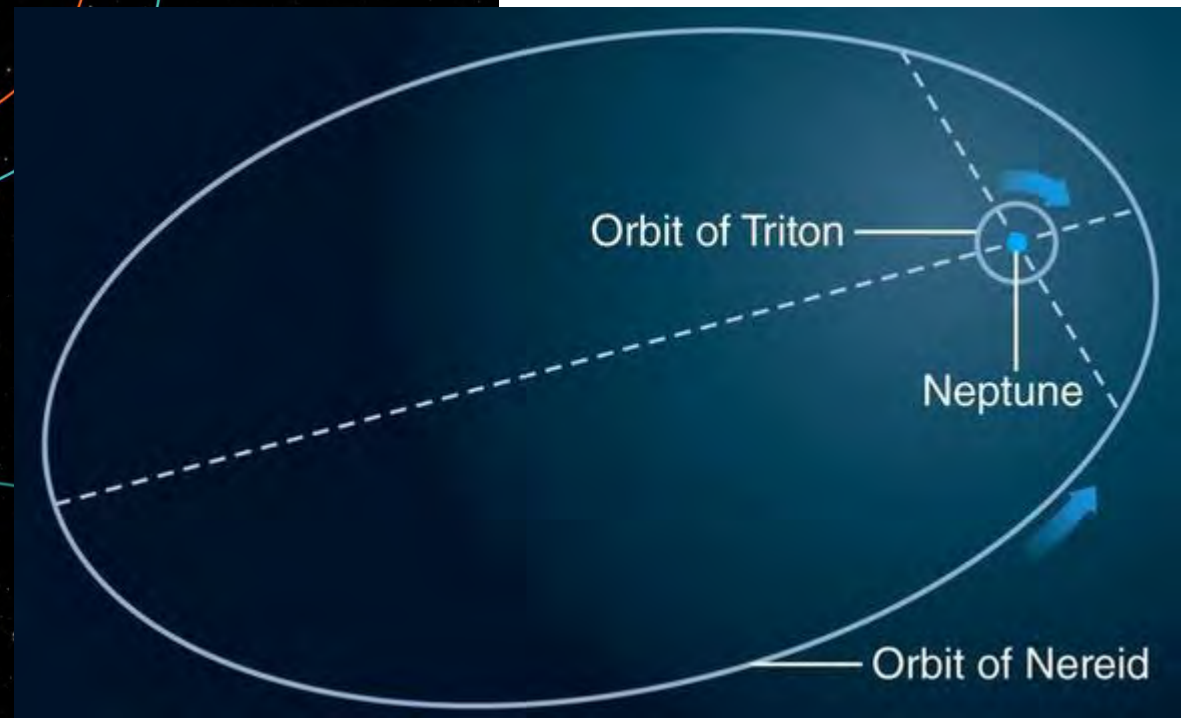
## Les satellites “réguliers”: Neptune



Les lunes internes (Naiad – Proteus) sont petites (D: 66 - 420 km).

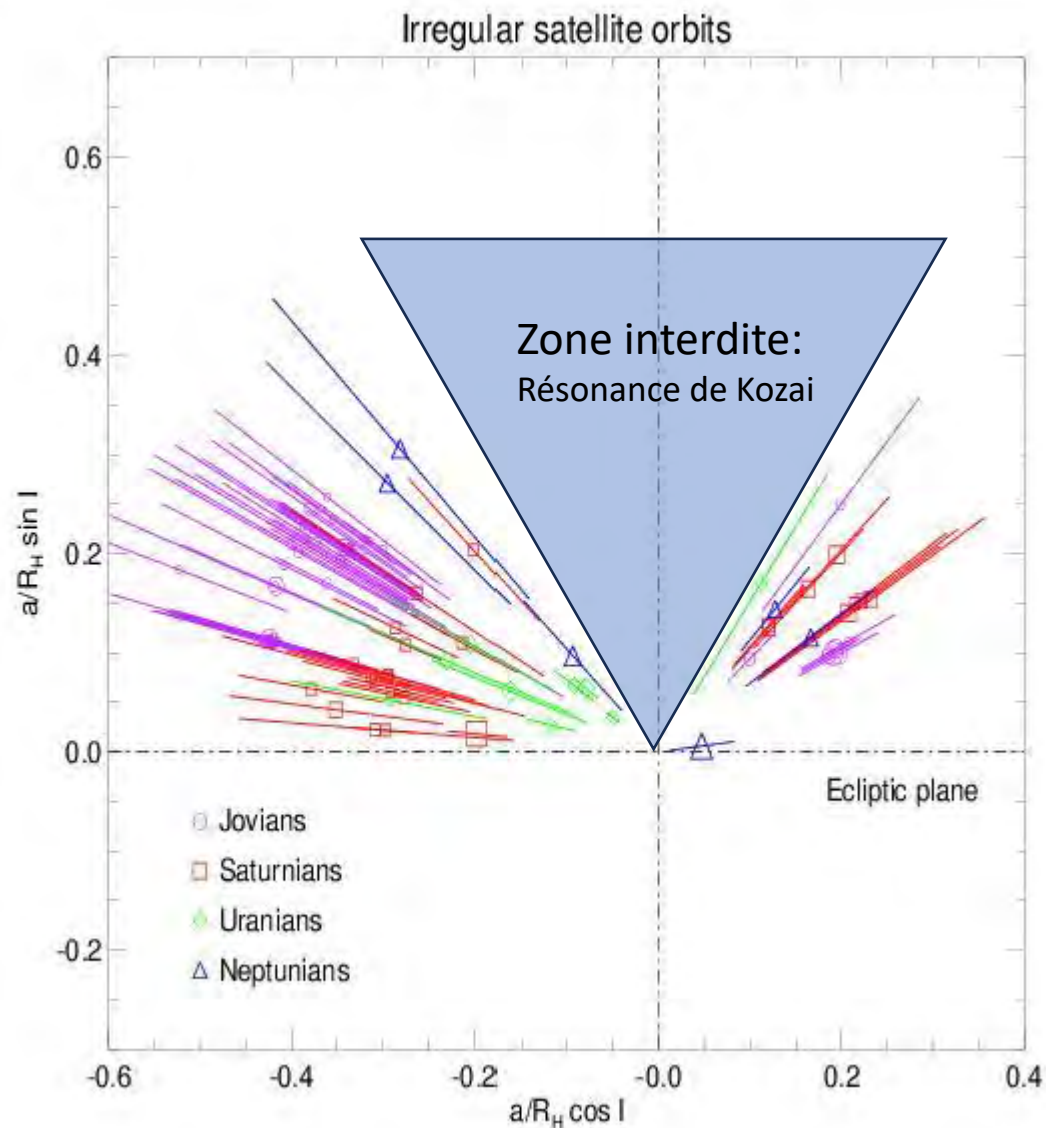
Triton: D=2.700km

Nereid: D=340km





## Les satellites “irréguliers”



Les populations de satellites irréguliers autour des 4 planètes géantes, par rapport à la taille du rayon de Hill respectif des planètes, sont à peu près les mêmes.

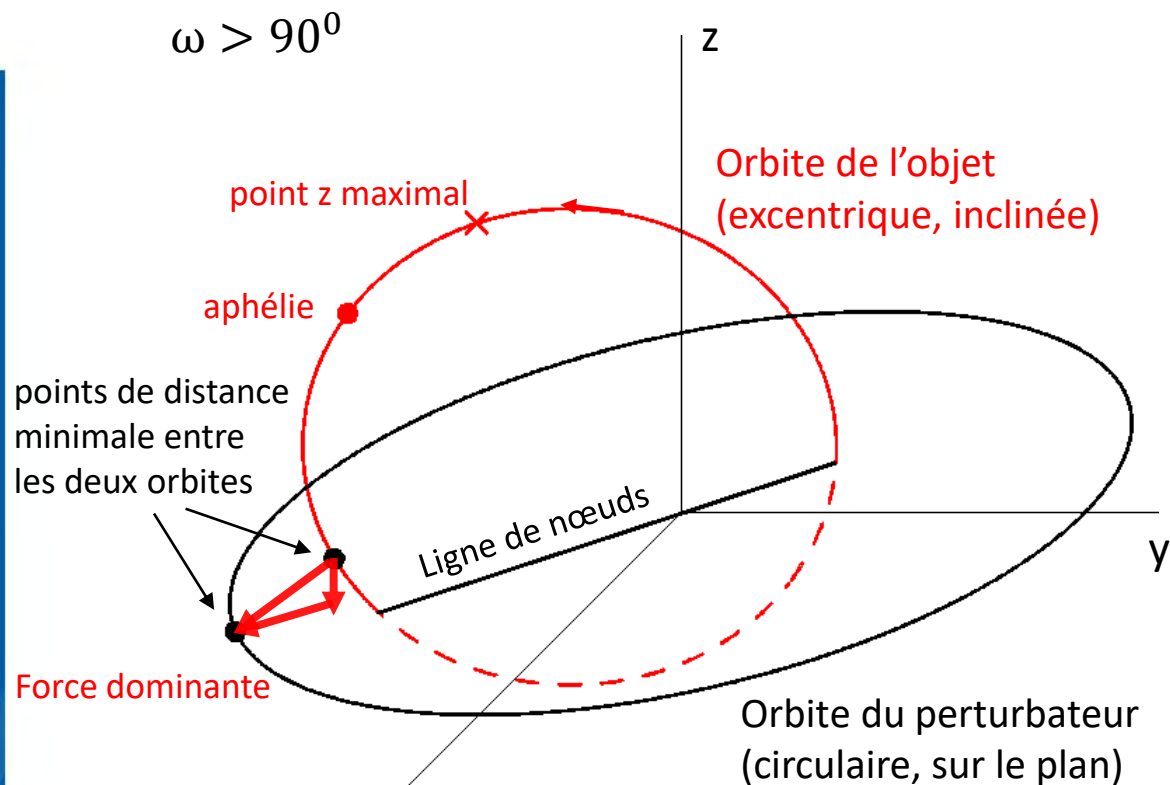
$$R_H = a \left( \frac{M}{3M_*} \right)^{1/3}$$

Cela suggère que c'est la gravité seule qui a joué le rôle principal dans leur capture, et non pas le frottement du gaz ou la croissance de la masse de chaque planète (Jewitt et Sheppard, 2005).





## La résonance de Kozai (ou Lidov-Kozai)



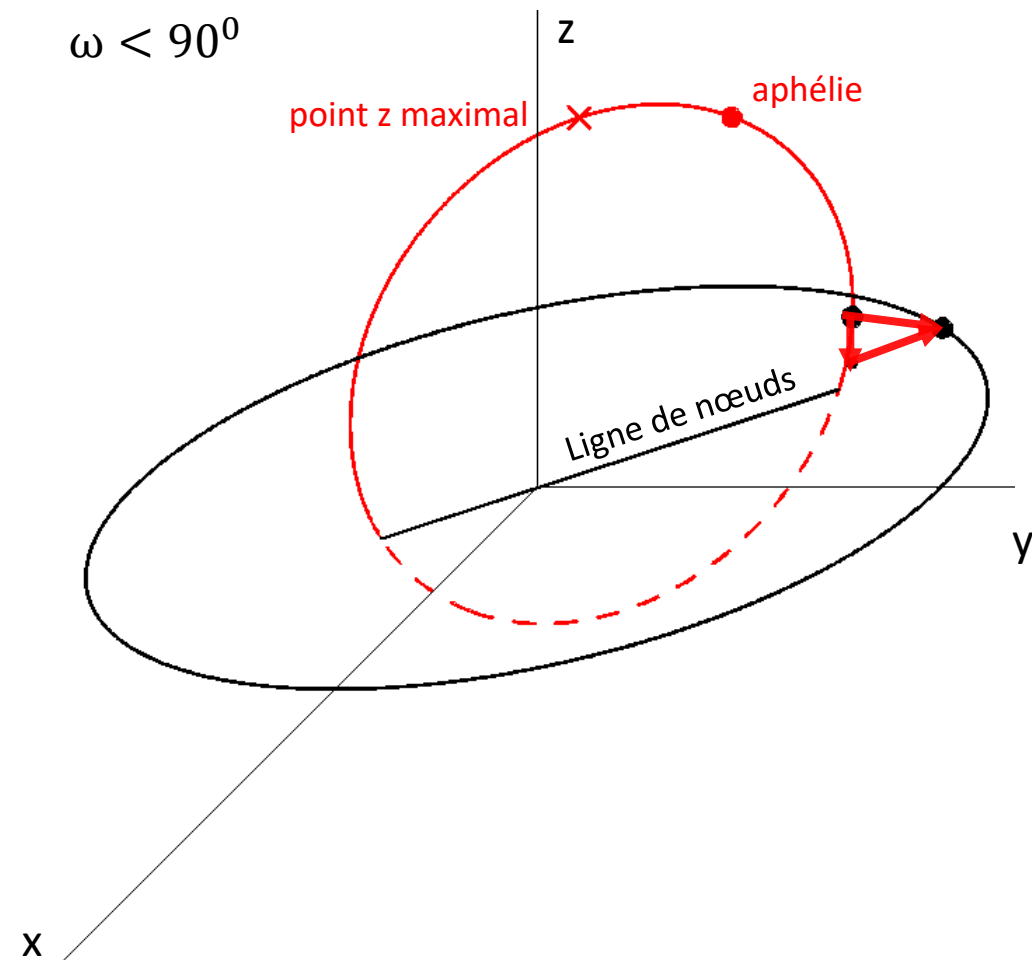
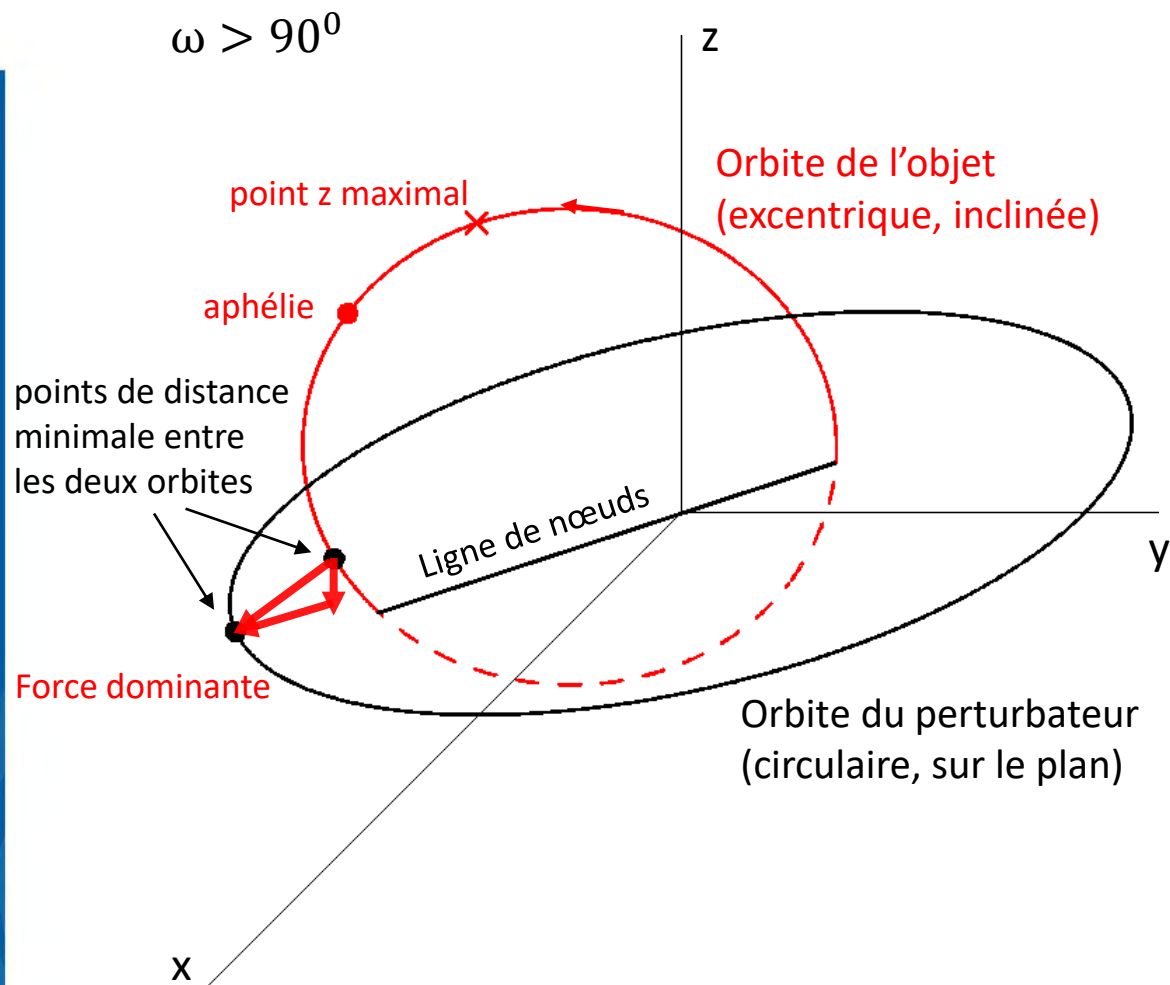
X La force "dominante" se décompose en une composante radiale et une verticale  $\rightarrow H_z = \sqrt{a(1-e^2)} \cos i = \text{const.}$

La force "dominante" est orthogonale au mouvement  $\rightarrow$  travail nul, énergie constante,  $a = \text{const.}$

Dans le plan de l'orbite, cette force a une composante azimuthale *positive*  $\rightarrow \frac{d}{dt} \sqrt{a(1-e^2)} > 0 \rightarrow \frac{d}{dt} e < 0; \frac{d}{dt} i > 0$



## La résonance de Kozai (ou Lidov-Kozai)

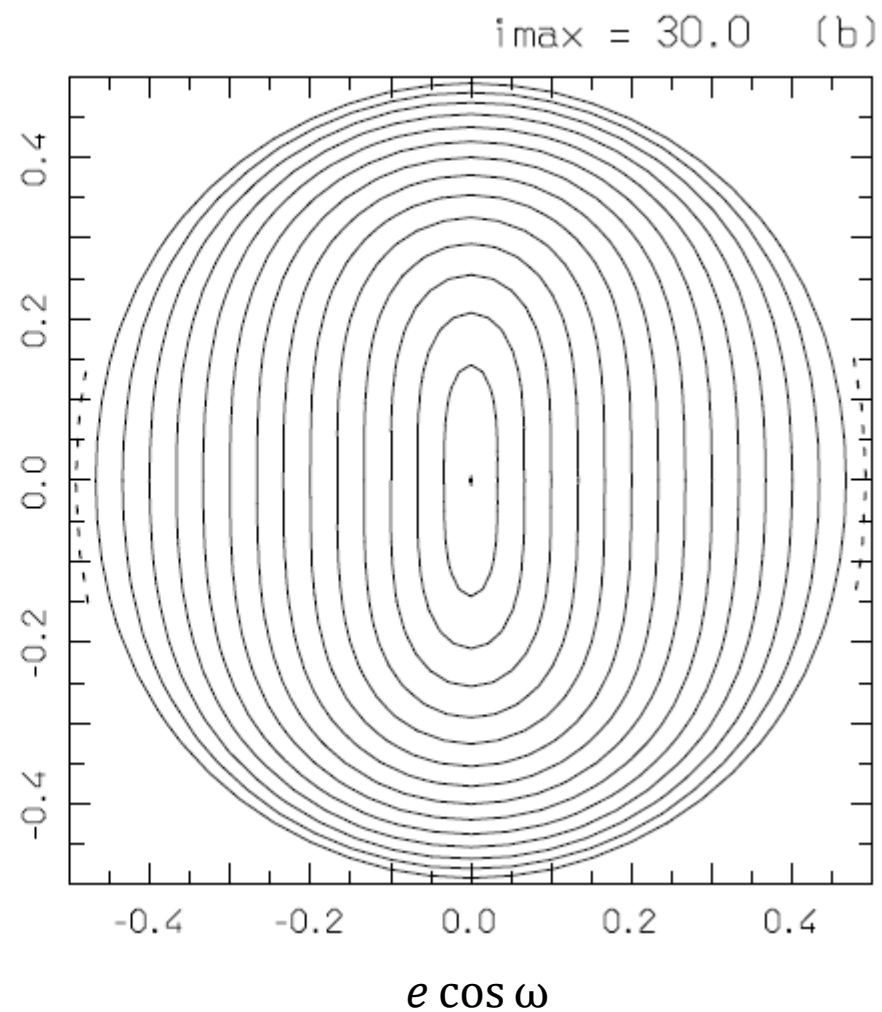
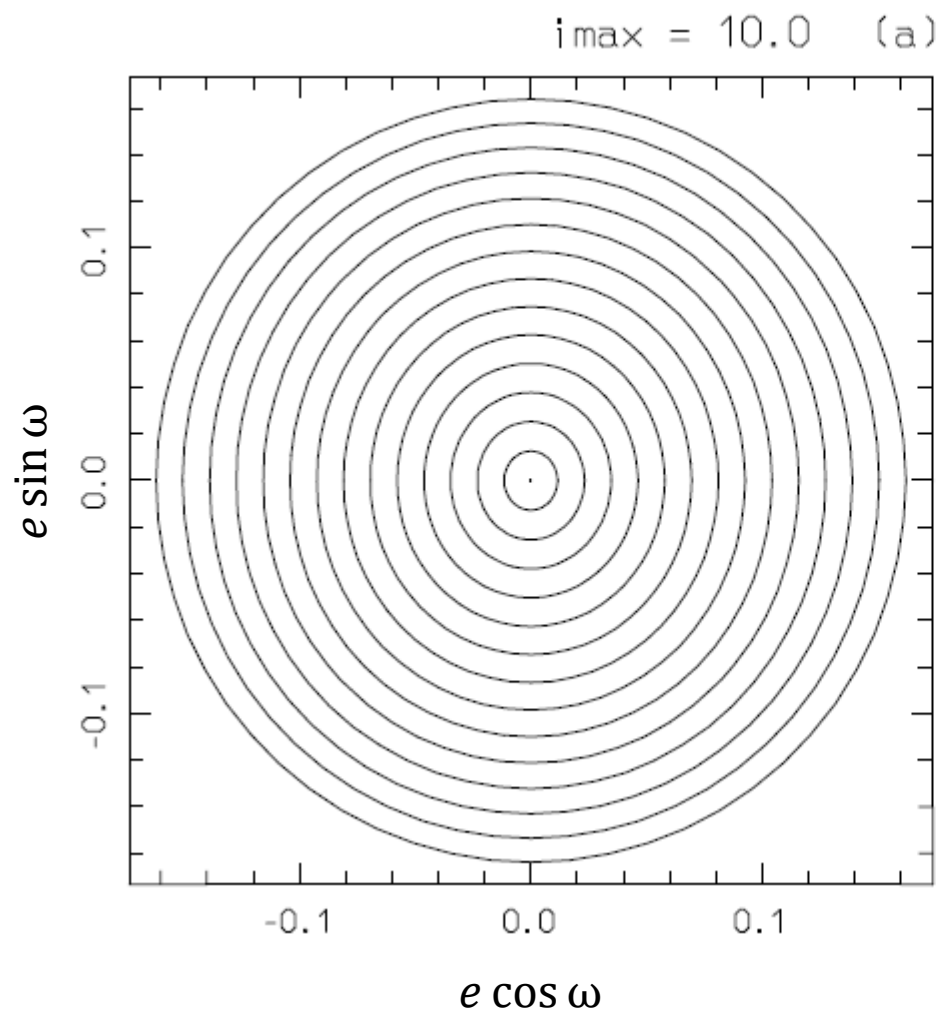


Dans le cas symétrique ( $\omega < 90^\circ$ ), dans le plan de l'orbite, la force a une composante azimuthale *negative*  $\rightarrow \frac{d}{dt} \sqrt{a(1-e^2)} < 0$   
 $\frac{d}{dt} e > 0; \frac{d}{dt} i < 0$



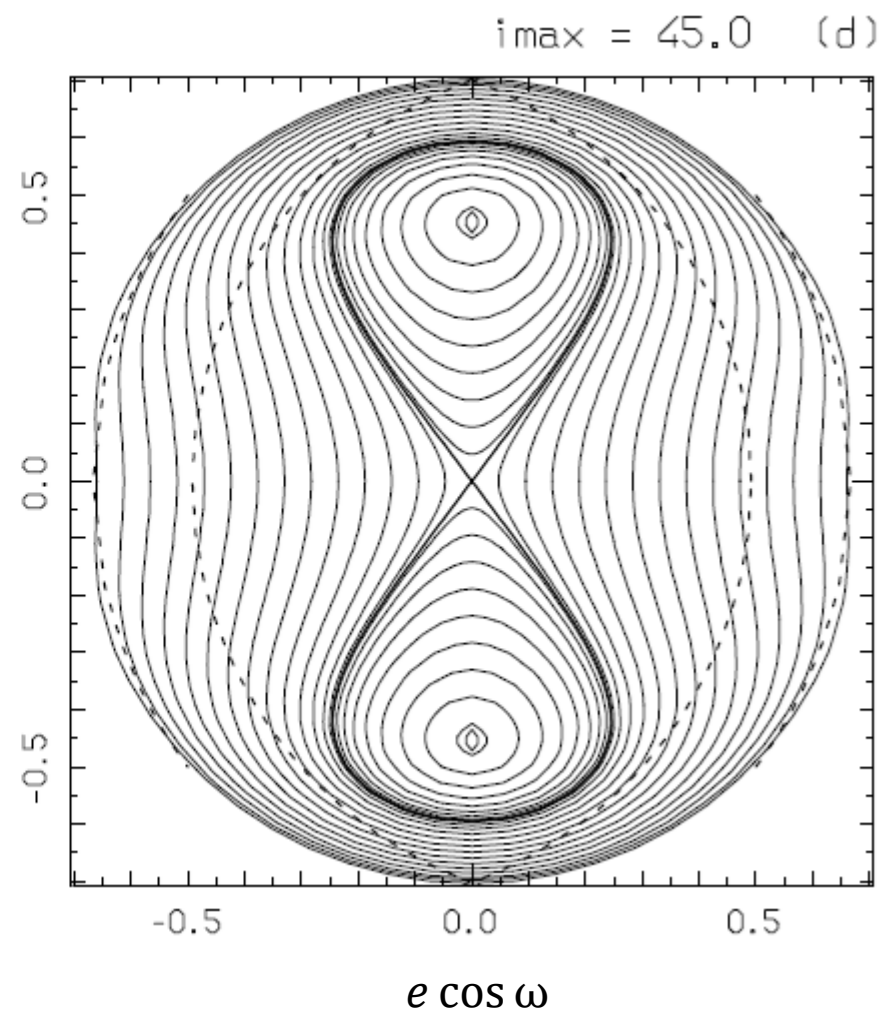
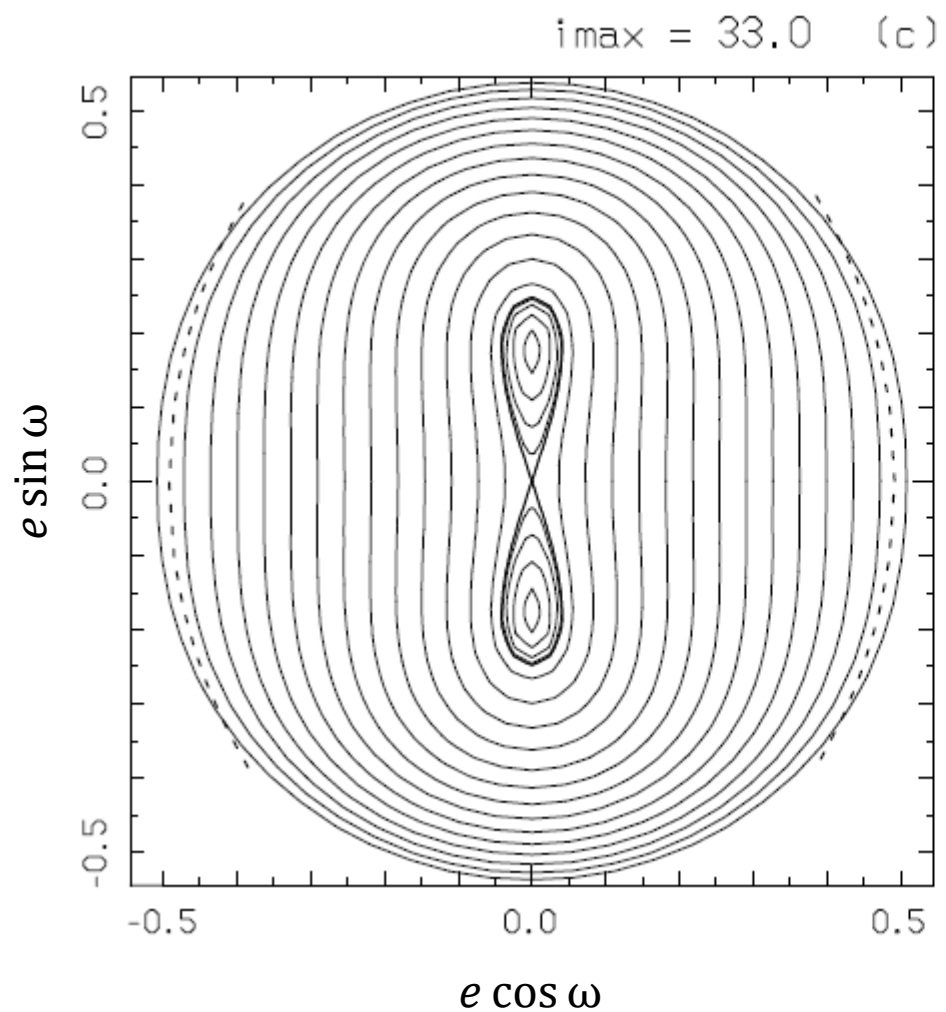


## La résonance de Kozai (ou Lidov-Kozai)





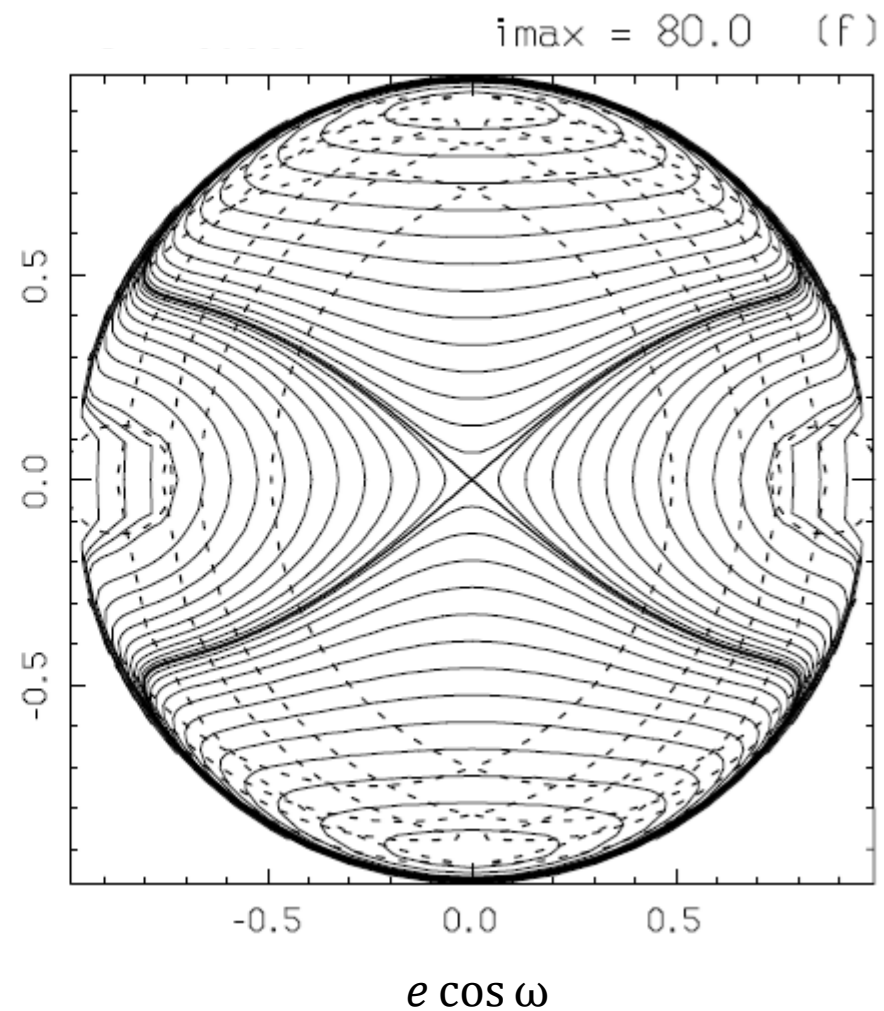
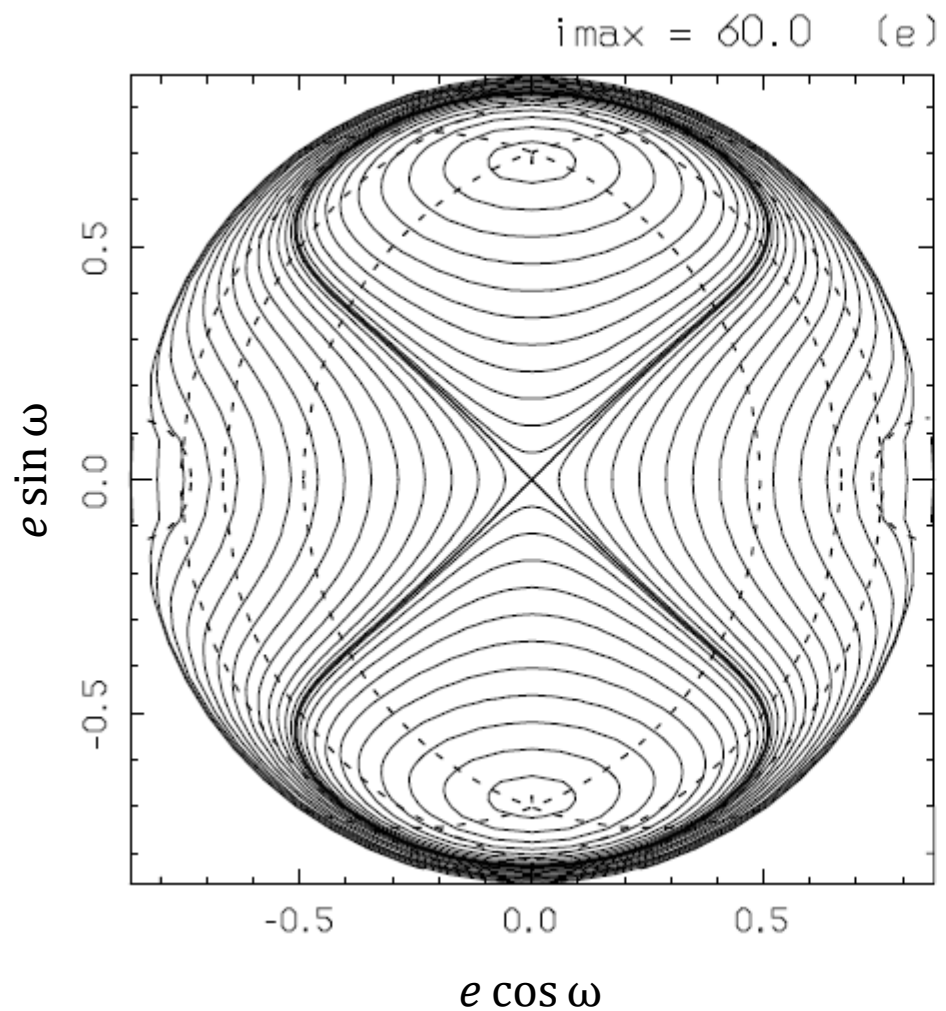
## La résonance de Kozai (ou Lidov-Kozai)





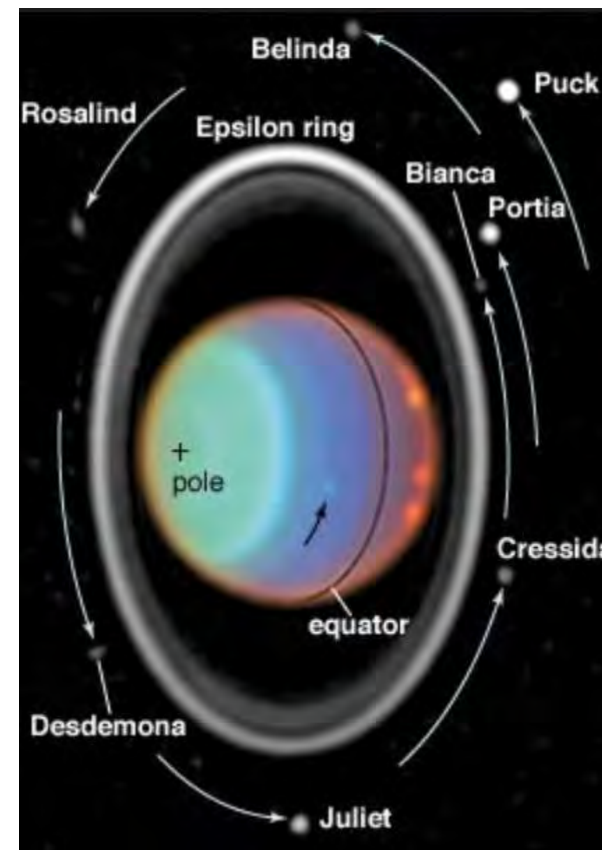
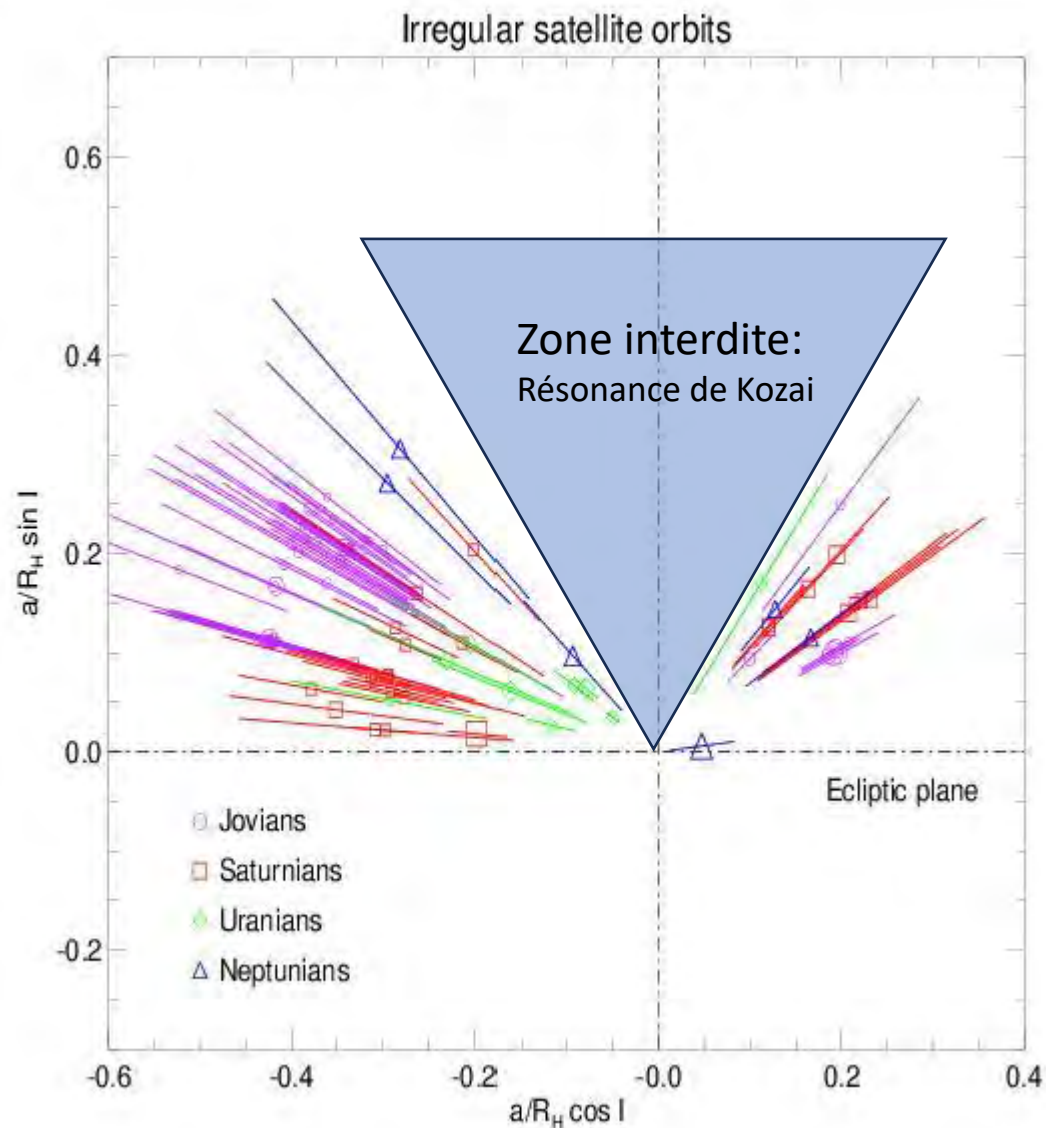


## La résonance de Kozai (ou Lidov-Kozai)





## La résonance de Kozai (ou Lidov-Kozai)



Les satellites réguliers de Uranus peuvent avoir une orbite équatoriale (i.e. Inclivée de  $\sim 90^\circ$  par rapport à l'écliptique, car ils sont proches de la planète qui est aplatie. Ceci engendre une précession rapide de  $\omega$  qui annule l'effet de Kozai





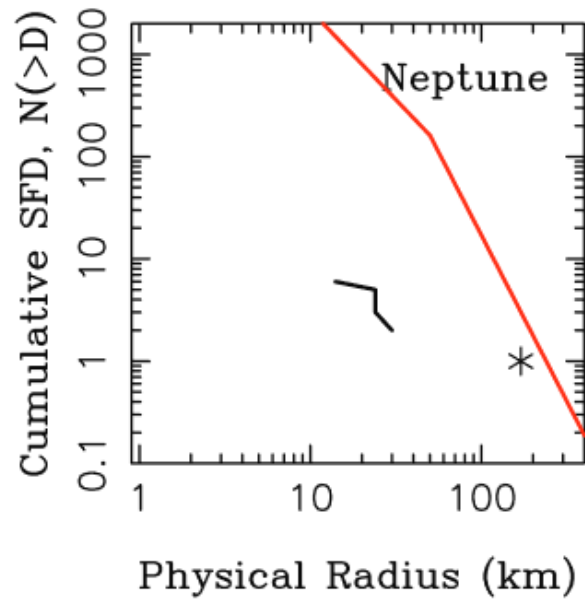
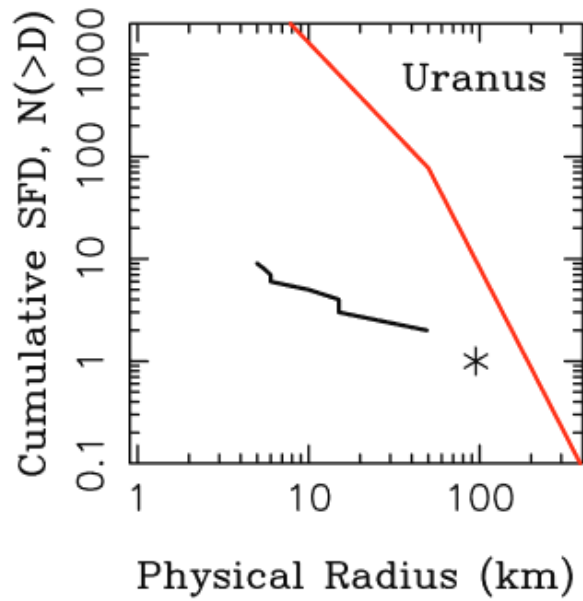
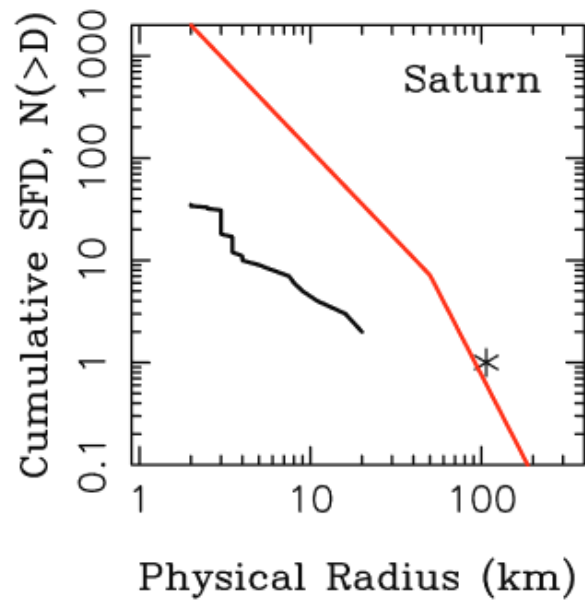
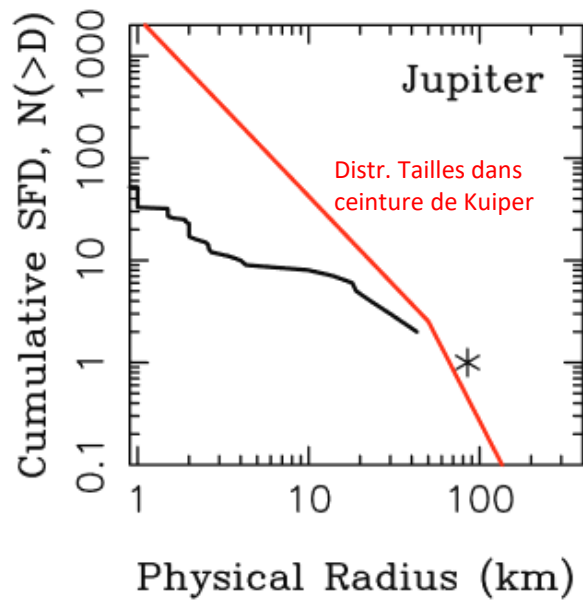
## Phoebe:

- Premier satellite irrégulier découvert (1899 par W.H. Pickering)
- Le plus grand satellite irrégulier de Saturne
- Dimensions:  
( $218.8 \pm 2.8$ )  $\times$  ( $217.0 \pm 1.2$ )  $\times$  ( $203.6 \pm 0.6$ ) km





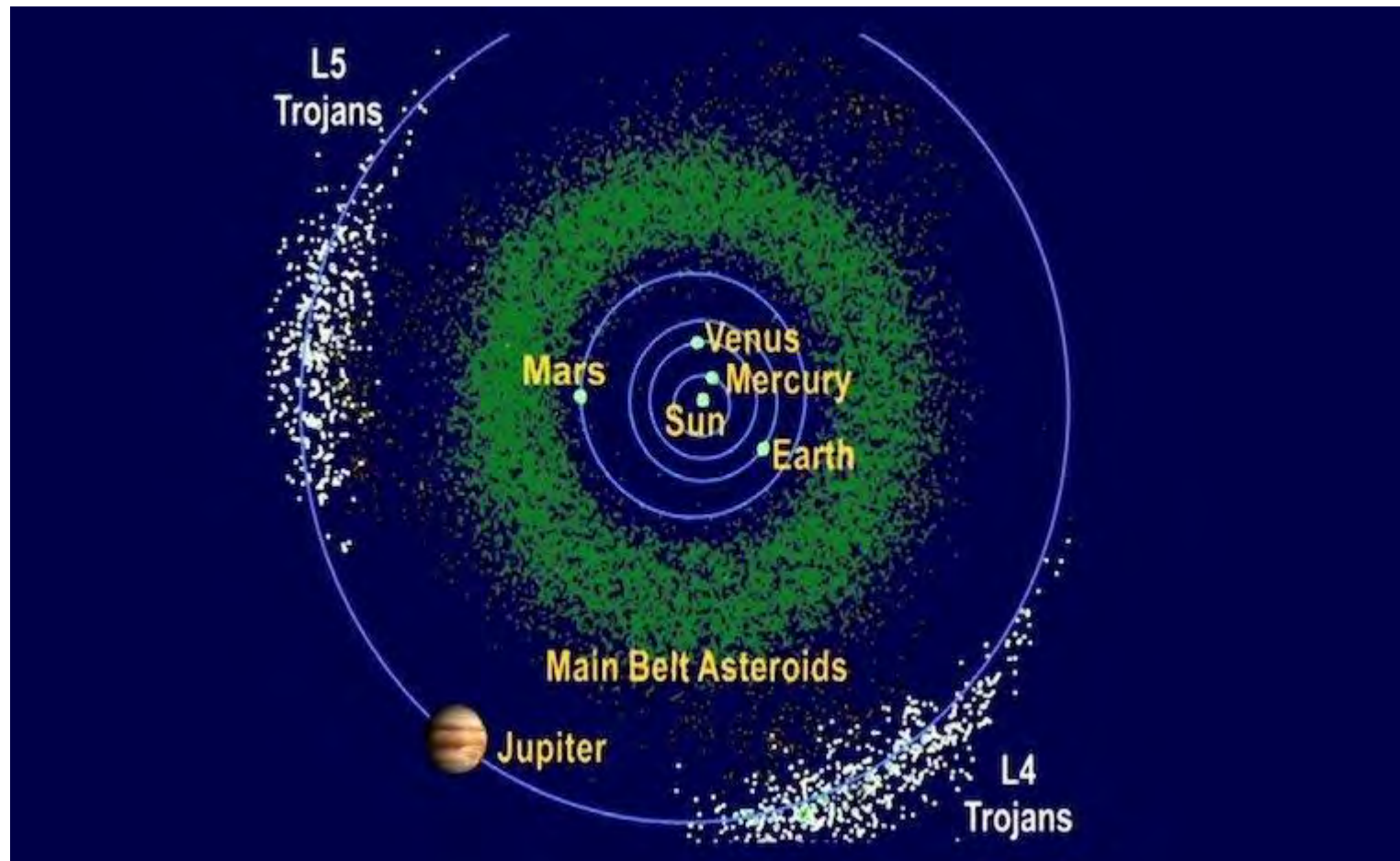
# Distribution des tailles des satellites irréguliers





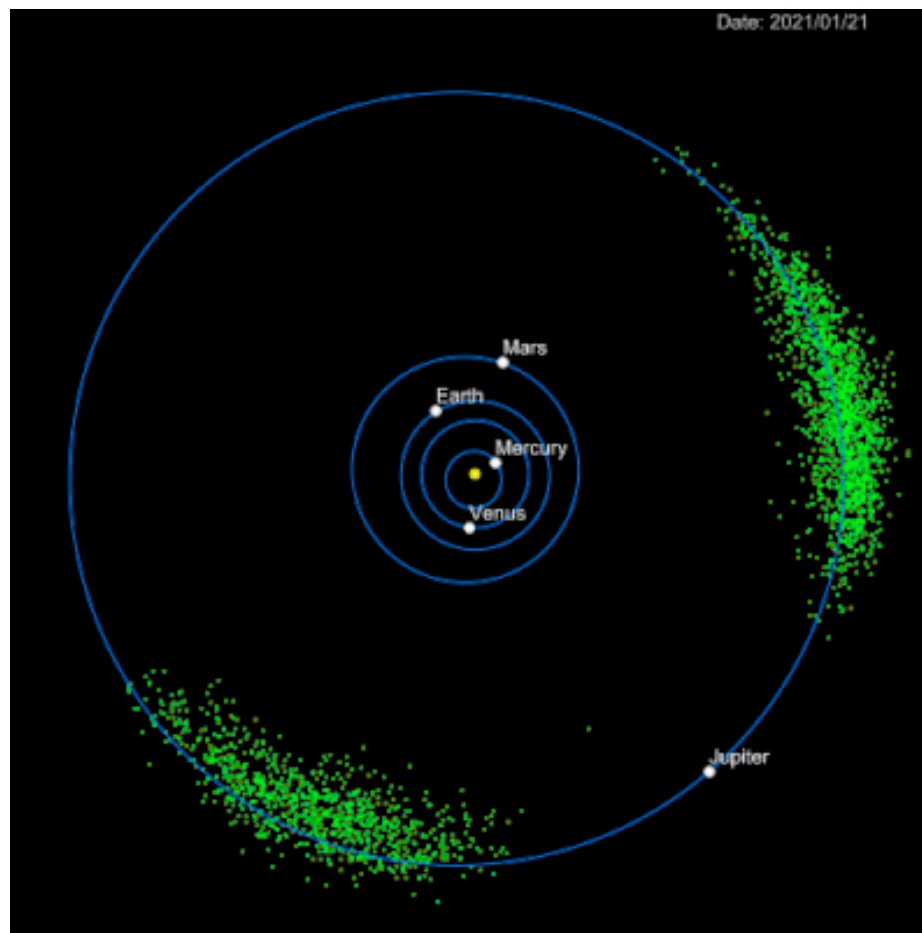


# Les Troyens de Jupiter





# Les Troyens de Jupiter







## Les points d'équilibre de Lagrange

Hamiltonien du problème  
restreint des trois corps

$$\mathcal{H} = \frac{\|\vec{v}\|^2}{2} - \frac{1-\mu}{\|\vec{r}\|} - \mu \left( \frac{1}{\|\vec{\Delta}\|} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{\|\vec{s}\|^3} \right)$$

$\vec{r}$  : position héliocentrique du petit corps;  $\vec{v}$  : sa vitesse héliocentrique

$\vec{s}$  : position de la planète de masse  $\mu$ ;  $\vec{\Delta}$  la distance corps-planète. Ici  $\mathcal{G} = m_* + \mu = 1$

Problème circulaire: la planète est sur une orbite circulaire  $\|\vec{s}\|=1$ , et tourne à la vitesse  $\omega = 1$

Dans un repère tournant avec la planète:

$$\mathcal{H} = \frac{\|\vec{v}\|^2}{2} - \frac{1-\mu}{\|\vec{r}\|} - \mu \left( \frac{1}{\|\vec{\Delta}\|} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{\|\vec{s}\|^3} \right) - (r_x v_y - r_y v_x)$$

où  $\vec{r}$  sont les coordonnées dans le repère tournant et  $\vec{v}$  les vitesses dans le repère inertiel  
(variables canoniques)



## Les points d'équilibre de Lagrange

$$\mathcal{H} = \frac{\|\vec{v}\|^2}{2} - \frac{1-\mu}{\|\vec{r}\|} - \mu \left( \frac{1}{\|\vec{\Delta}\|} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{\|\vec{s}\|^3} \right) - (r_x v_y - r_y v_x)$$

$$\text{où: } \|\vec{r}\| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}, \quad \vec{s} \equiv (1, 0, 0), \quad \|\vec{\Delta}\| = \sqrt{(r_x - 1)^2 + r_y^2 + r_z^2}$$

Points d'équilibre:

$$\frac{dr_x}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial v_x} = v_x + r_y = 0, \quad \frac{dr_y}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial v_y} = v_y - r_x = 0, \quad \frac{dr_z}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial v_z} = v_z = 0$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial r_x} = -(1-\mu) \frac{r_x}{\|\vec{r}\|^3} - \mu \left( \frac{r_x - 1}{\|\vec{\Delta}\|^3} + 1 \right) + r_x = 0$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial r_y} = -(1-\mu) \frac{r_y}{\|\vec{r}\|^3} - \mu \frac{r_y}{\|\vec{\Delta}\|^3} + r_y = 0$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial r_z} = -(1-\mu) \frac{r_z}{\|\vec{r}\|^3} - \mu \frac{r_z}{\|\vec{\Delta}\|^3} = 0 \quad \longrightarrow \quad r_z = 0$$





## Les points d'équilibre de Lagrange

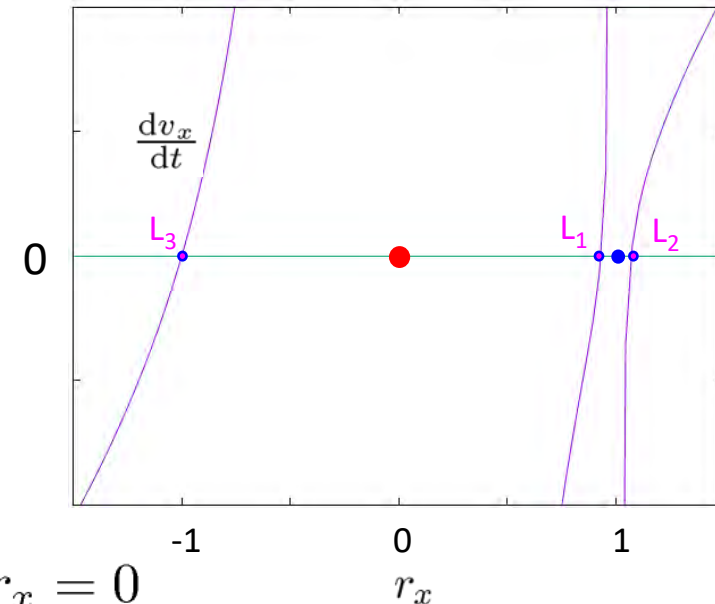
$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial r_y} = -(1-\mu)\frac{r_y}{\|\vec{r}\|^3} - \mu\frac{r_y}{\|\vec{\Delta}\|^3} + r_y = 0$$

Première solution:  $r_y = 0$

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial r_x} = -(1-\mu)\frac{r_x}{\|\vec{r}\|^3} - \mu\left(\frac{r_x-1}{\|\vec{\Delta}\|^3} + 1\right) + r_x = 0$$



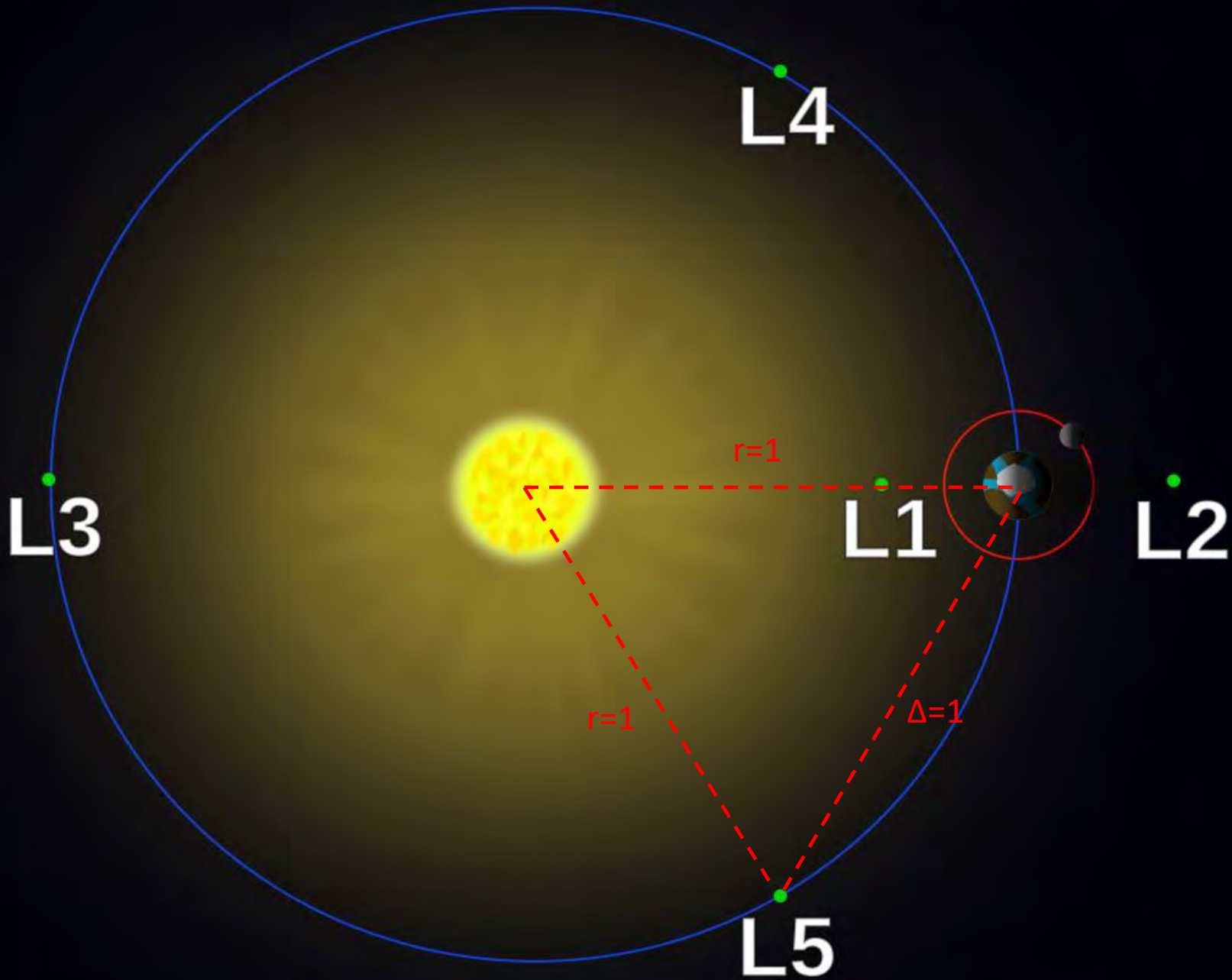
$$-(1-\mu)\frac{r_x}{|r_x|^3} - \mu\left(\frac{r_x-1}{|r_x-1|^3} + 1\right) + r_x = 0$$



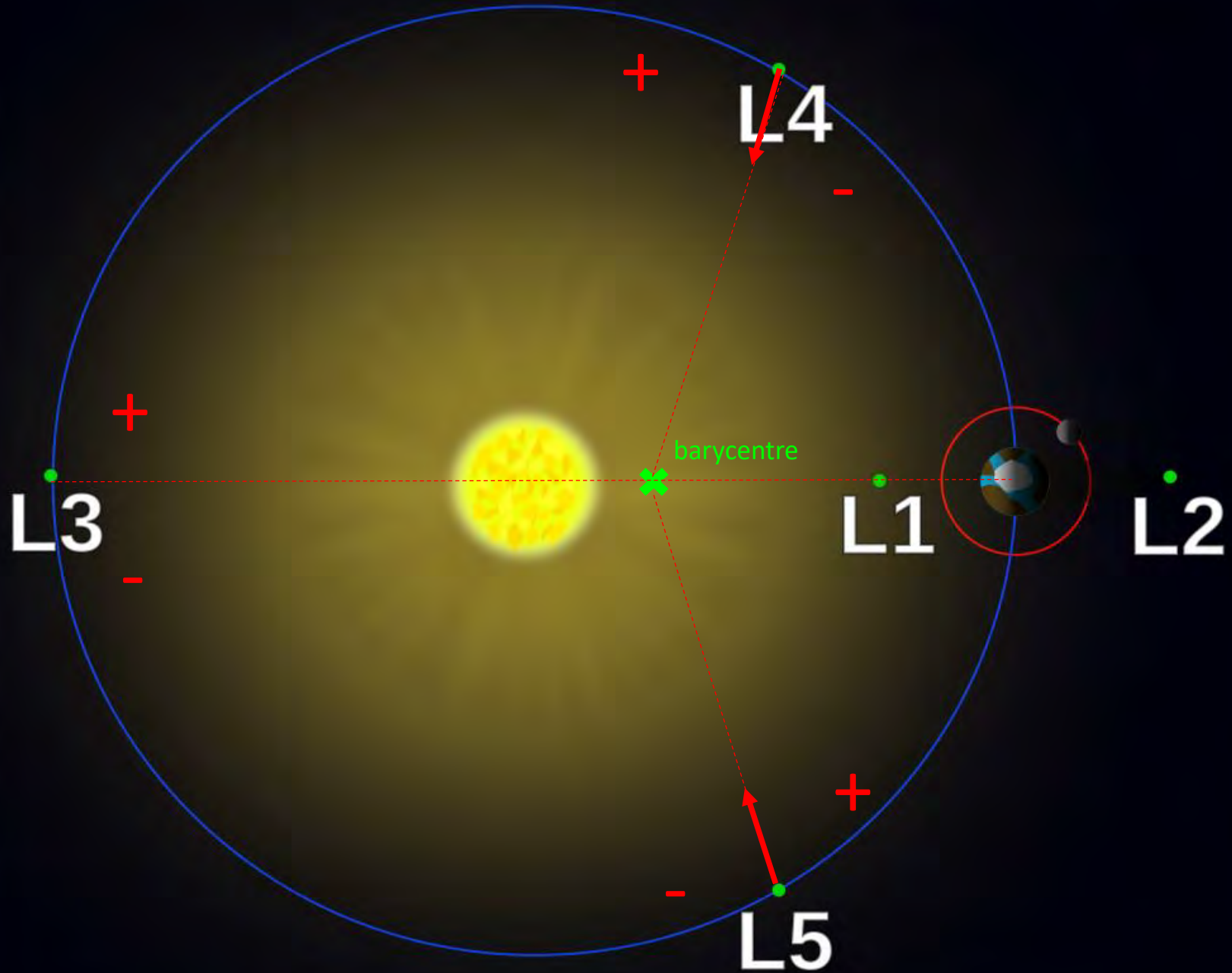
Deuxième solution:  $\|\vec{r}\| = \|\vec{\Delta}\| = 1$

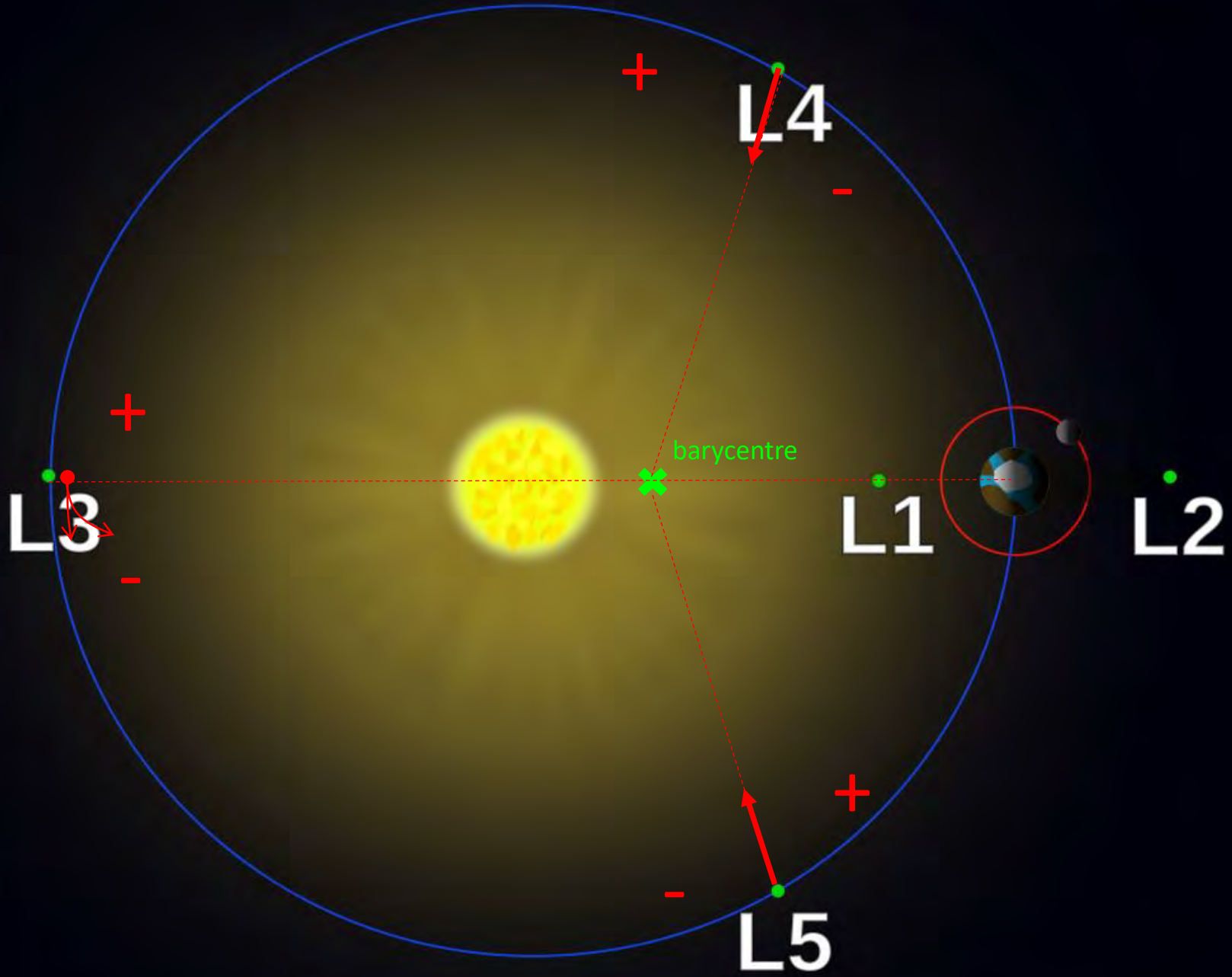
$$\frac{dv_y}{dt} = -(1-\mu)r_y - \mu r_y + r_y = 0$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -(1-\mu)r_x - \mu r_x + r_x = 0$$

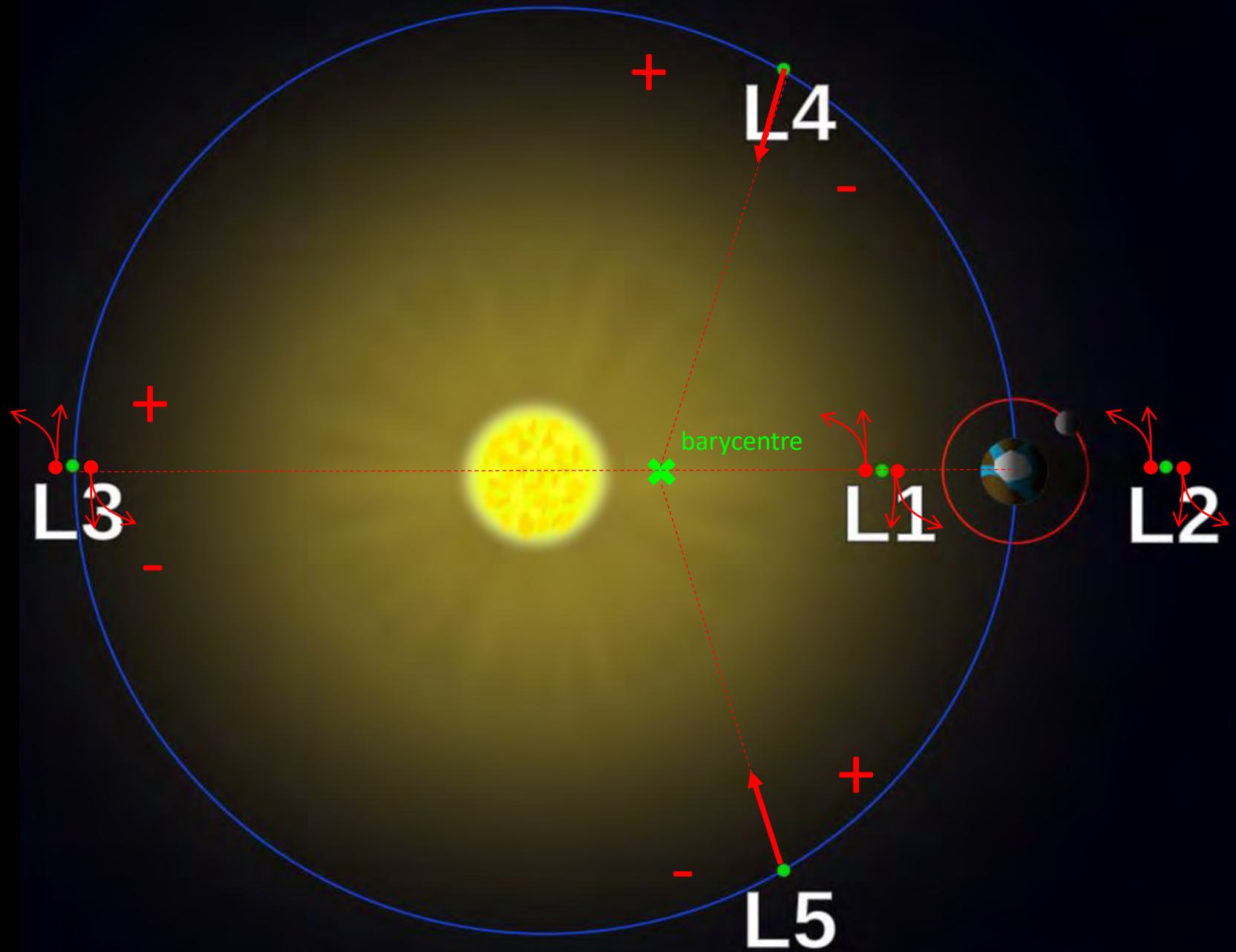


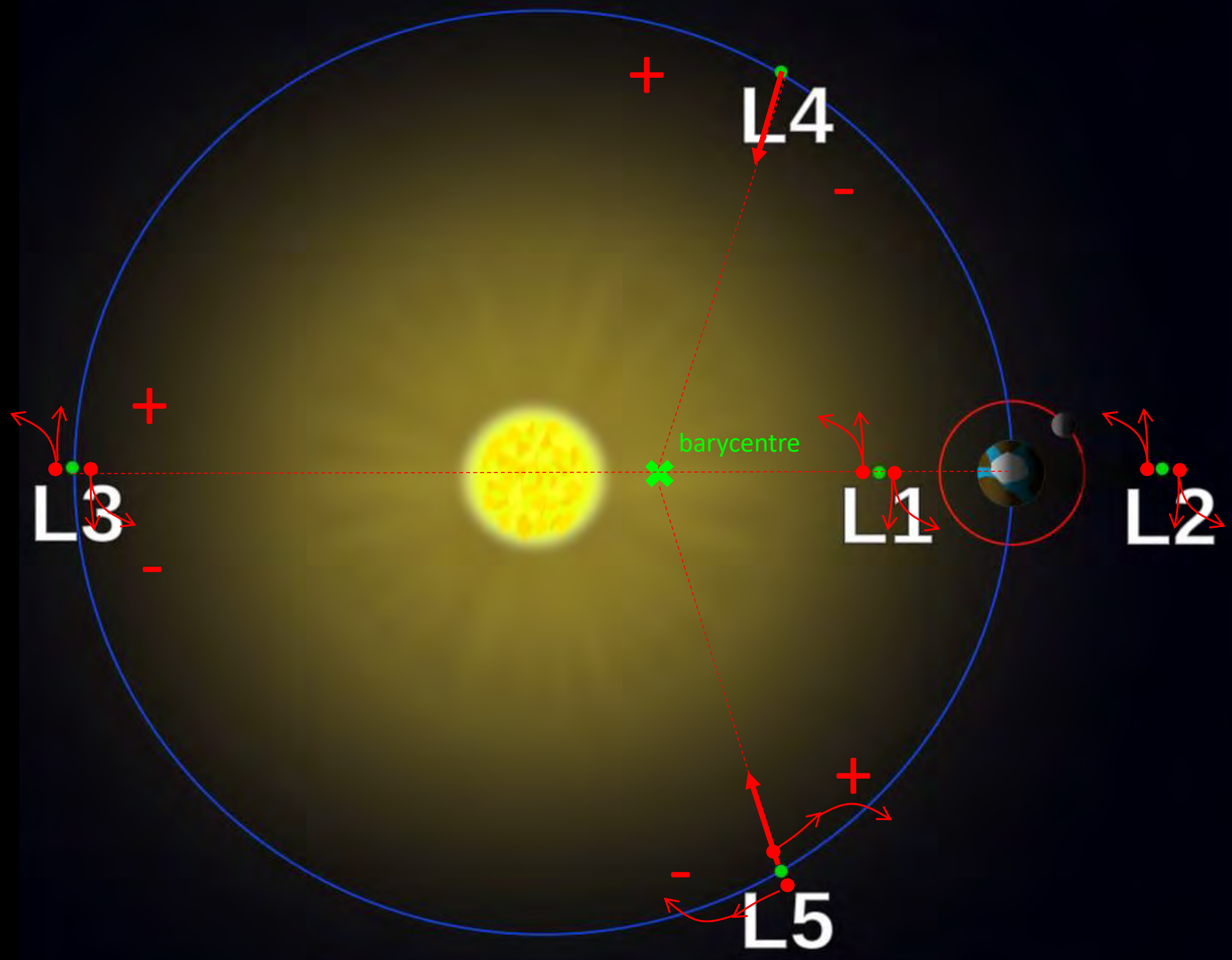








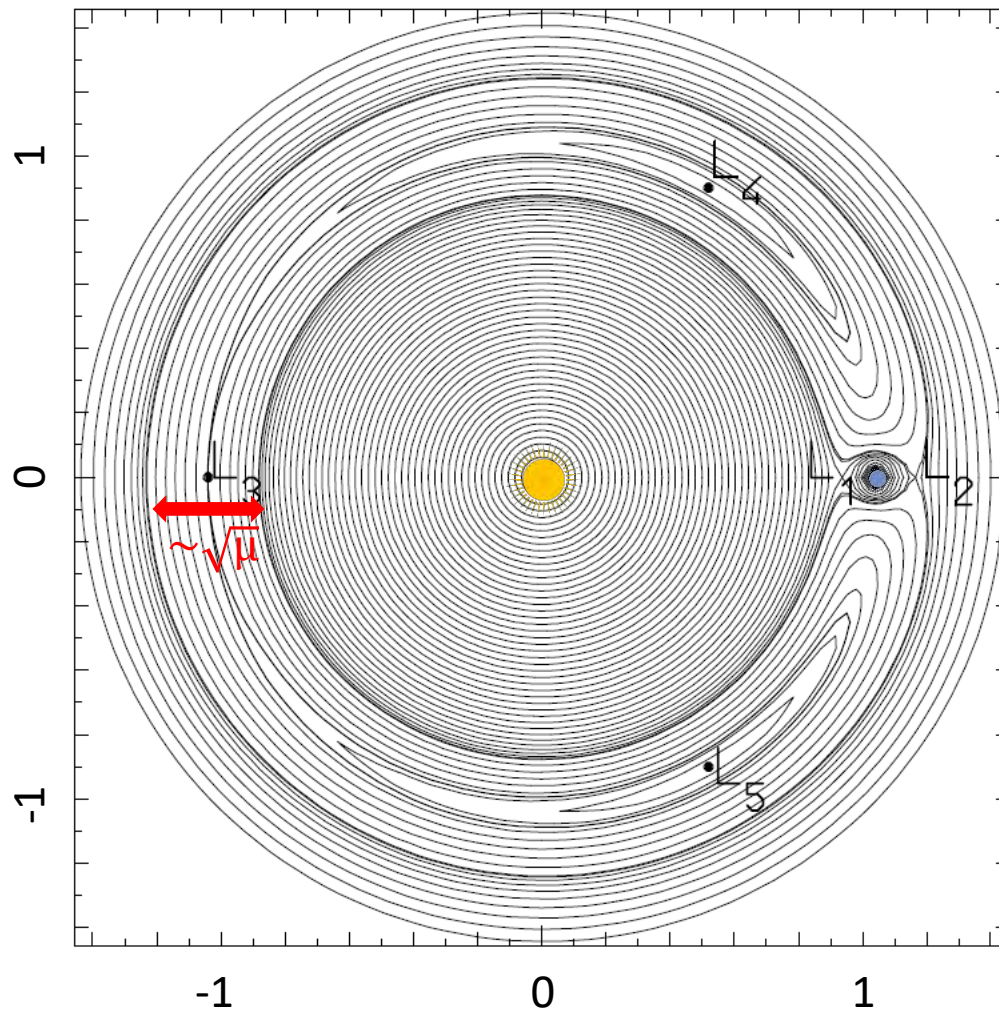






# Dynamique autour des points d'équilibre de Lagrange

Trajectoires pour excentricité  $\sim 0$

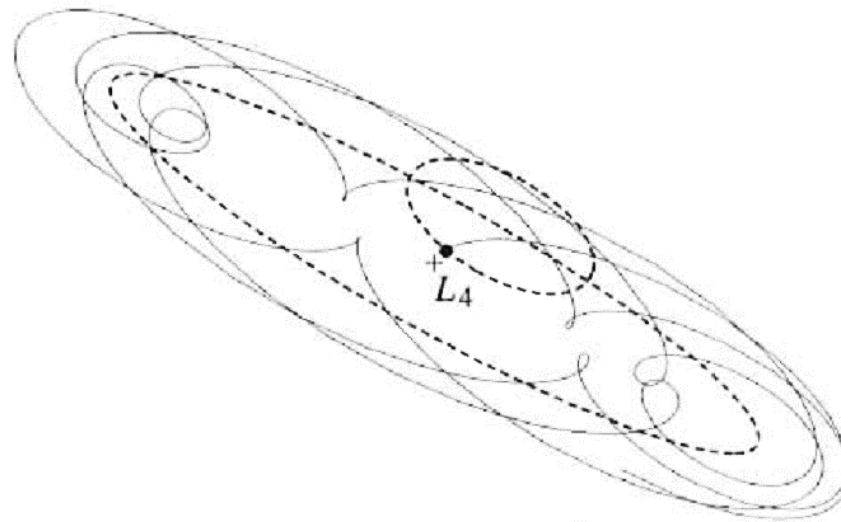
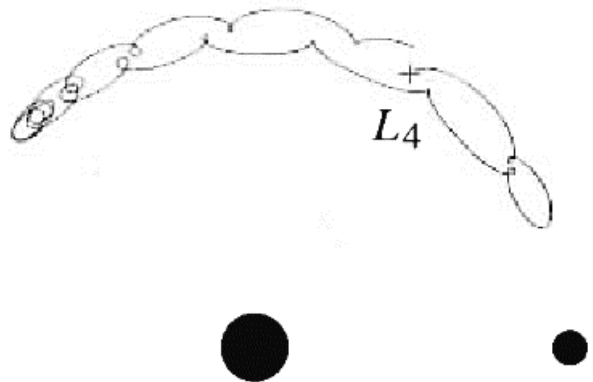






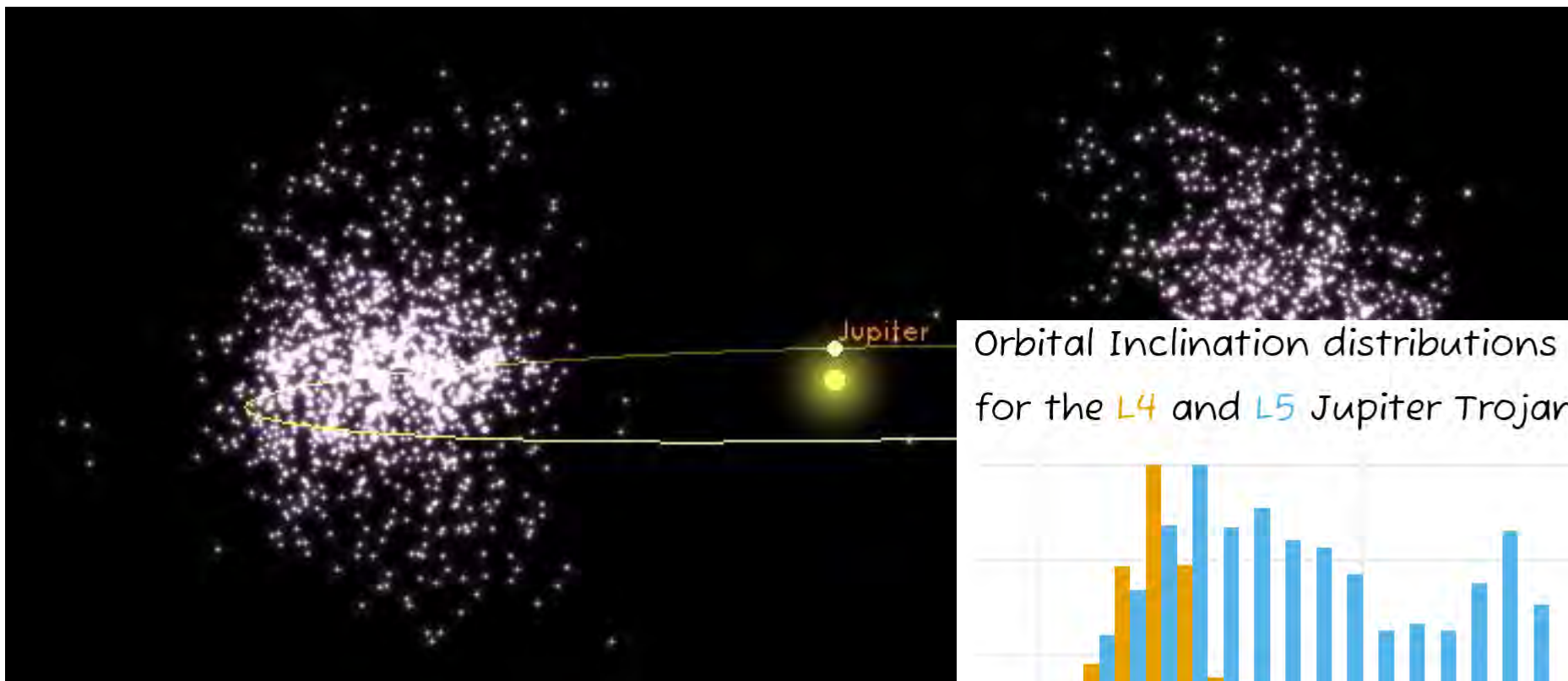
# Dynamique autour des points d'équilibre de Lagrange

Trajectoires pour excentricité  $e > 0$

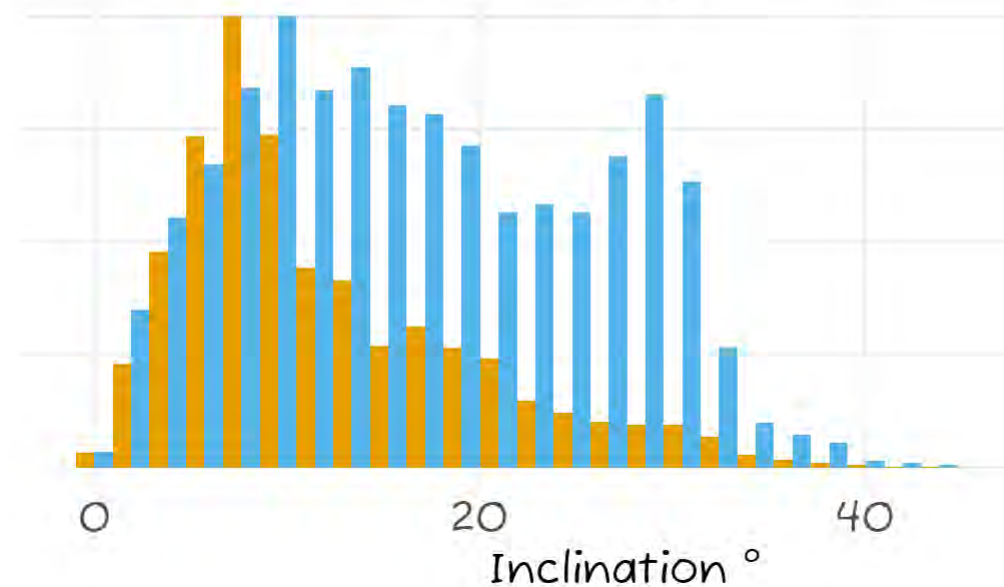




# Inclinaison des Troyens de Jupiter



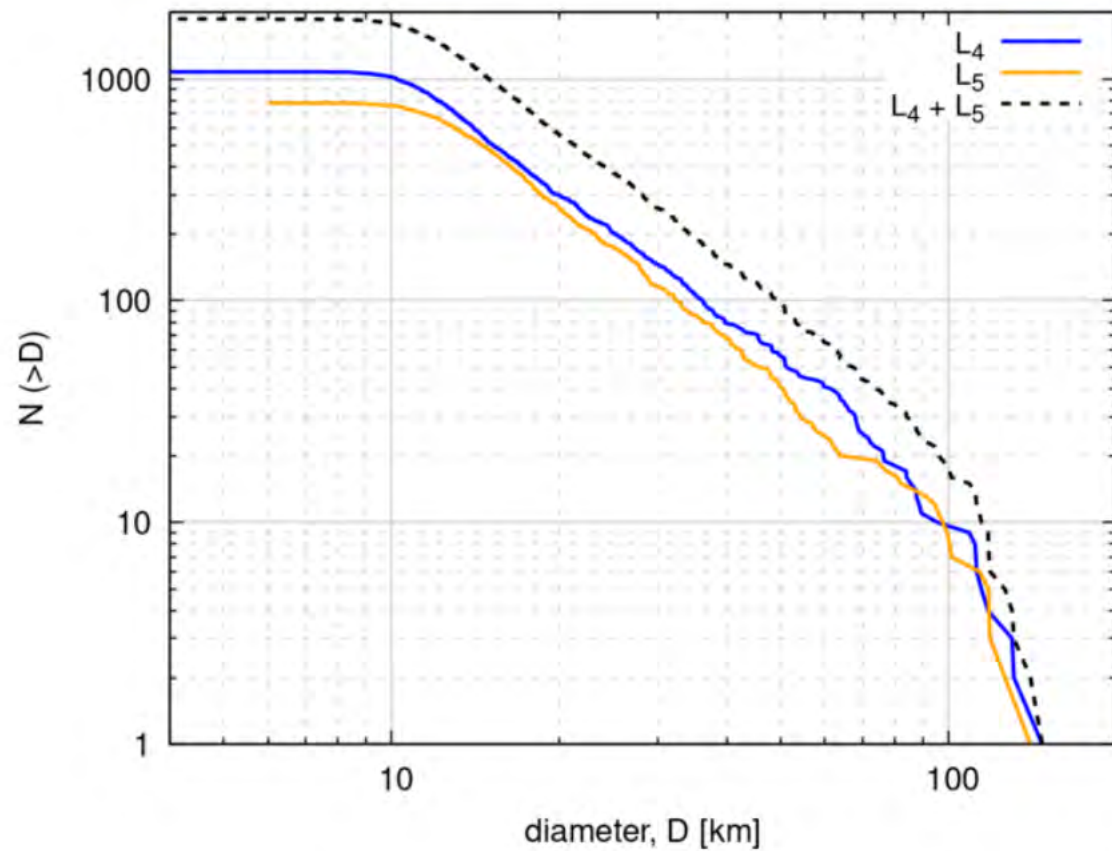
Orbital Inclination distributions for the L4 and L5 Jupiter Trojans.



Si les Troyens avaient été capturés lors de la croissance de Jupiter, ils devraient avoir des petites inclinaisons, typiques des planétésimaux du disque



## Différences entre Grecques ( $L_5$ ) et Troyens ( $L_4$ )



La population autour de  $L_4$  est environ 30% plus nombreuse que celle autour de  $L_5$





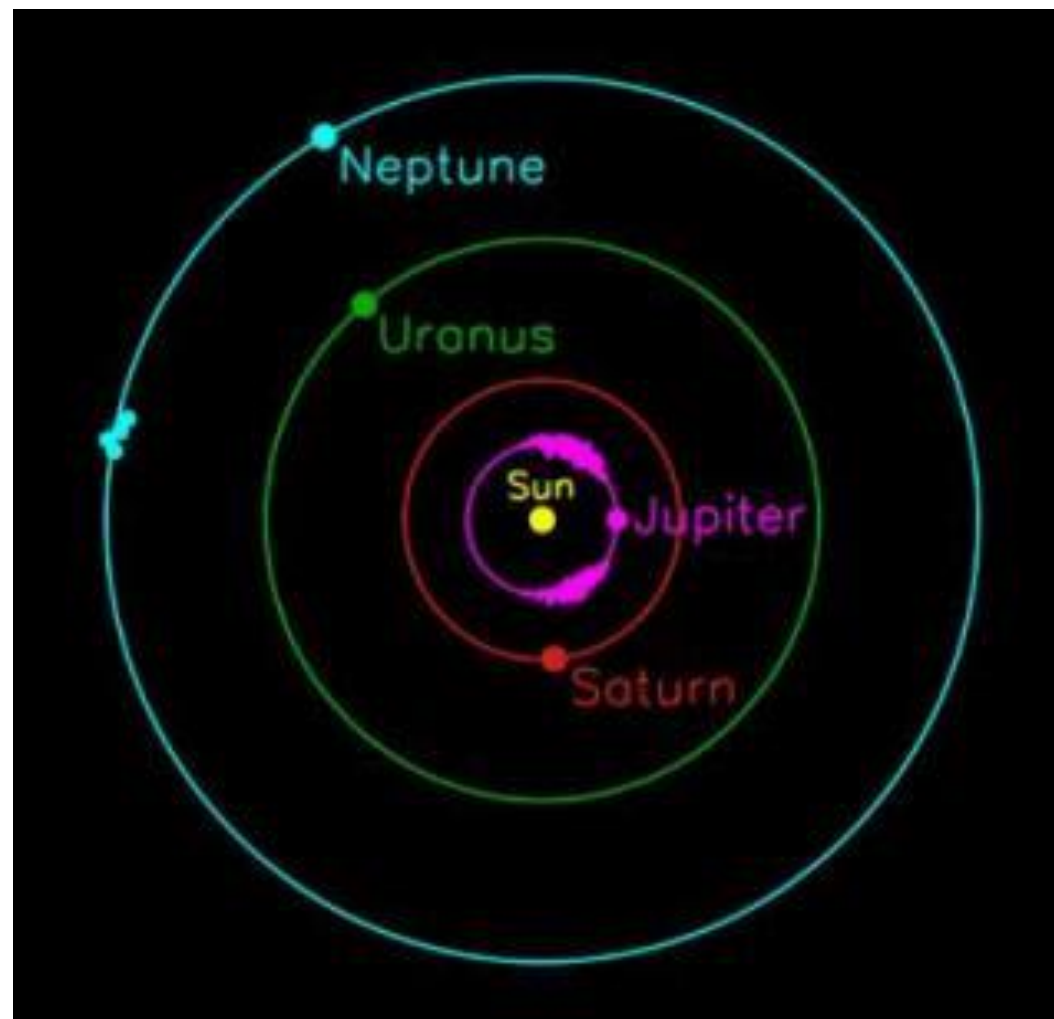
## Les Troyens de Neptune

Premier objet découvert en 2001 par M. Buie

Aujourd'hui: 27 objets connus autour de  $L_4$ , 4 autour de  $L_5$

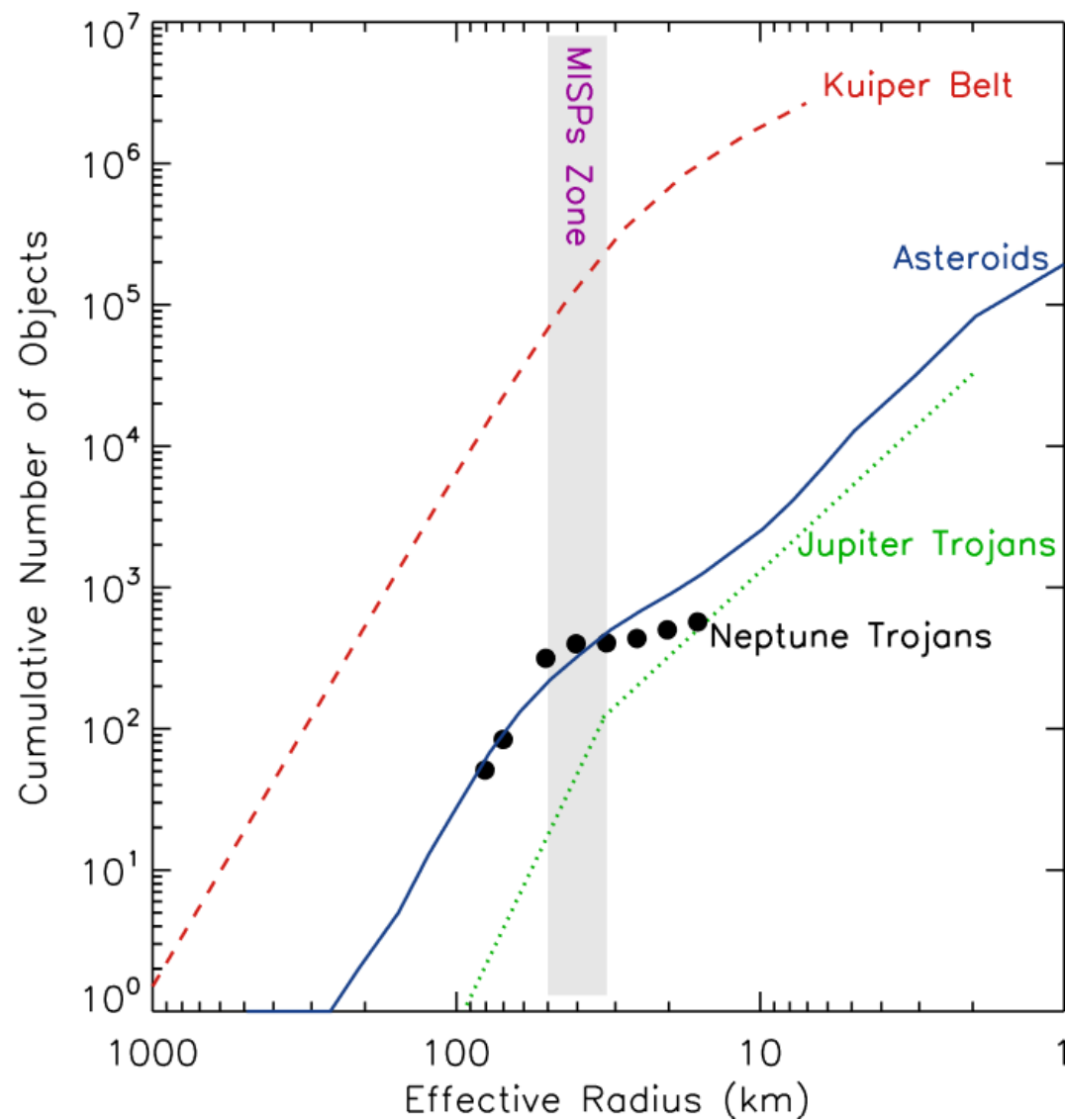
Cette asymétrie est probablement due aux biais observationnels, mais en partie elle pourrait être vraie, comme pour les Troyens de Jupiter.

Grandes inclinaisons, jusqu'à  $40^\circ$ , comme pour les Troyens de Jupiter





# Les Troyens de Neptune et Jupiter par rapport à d'autres populations

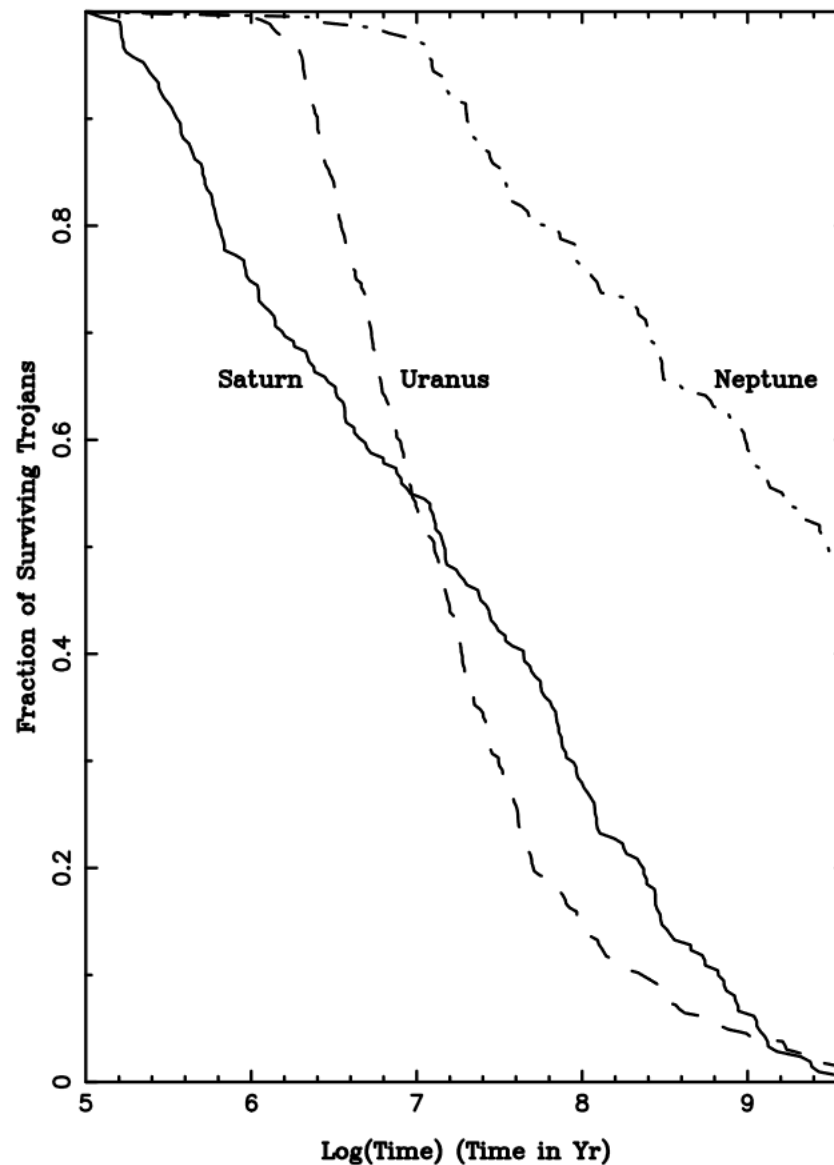


Sheppard and Trujillo, 2010



## Absence des Troyens de Saturne et Uranus

Les Troyens de Saturne et Uranus sont instables à cause des perturbations exercées par les autres planètes, notamment la proximité de la résonance  $2/5$  entre Jupiter et Saturne et  $1/2$  entre Uranus et Neptune



Nesvorny et Dones (2002)





## A retenir

- Les planètes géantes contiennent des grandes quantités de gaz (H, He), autour d'un noyau solide, souvent diffus.
- Ils sont entourés d'un cortège de satellites sur leur plan équatorial, semblables à des mini-systèmes planétaires, probablement formés à partir d'un disque circum-planétaire ou des anneaux.
- Plus loin, toutes les planètes géantes ont un cortège de satellites irréguliers, avec orbites excentriques et inclinées, souvent rétrogrades.
- Les orbites les plus inclinées sont instables à cause de la résonance de Kozai induite par les perturbations solaires
- Jupiter et Neptune sont accompagnés d'objets Troyens
- Ces objets librent autour des points de Lagrange  $L_4$  et  $L_5$ , sur des orbites souvent très inclinées. Il y a une certaine asymétrie entre les populations autour de  $L_4$  et  $L_5$
- Saturne et Uranus ne sont pas accompagnés de Troyens, car ceux-ci seraient instables à cause des perturbations exercées par les autres planètes.