La renormalisation vue à travers des exemples

Cours du 28 janvier 2019

Les effets de taille finie et les fluctuations universelles au voisinage d'une transition du second ordre peuvent eux aussi être compris par le groupe de renormalisation. Pour la plupart des modèles étudiés en physique statistique comme le modèle d'Ising (qui permet de décrire la transition paramagnétique-ferromagnétique ou la transition liquide-gaz), les marches auto-évitantes (qui modélisent les polymères en solution), la percolation, les transitions de phases ne se produisent que dans la limite thermodynamique, c'est-à-dire que pour des systèmes infiniment grands. Les propriétés des systèmes finis sont le plus souvent des fonctions analytiques des paramètres, comme la température ou la pression, et ne présentent pas de transition de phase *stricto sensu*. On peut néanmoins déterminer la position des transitions de phase et les exposants critiques en étudiant la façon dont ces propriétés physiques dépendent de la taille du système. Ainsi, une quantité comme la susceptibilité magnétique qui diverge à la température critique T_c présente pour des systèmes finis un maximum de plus en plus prononcé quand la taille L du système augmente. Une façon de déterminer de manière précise une température de transition ou les exposants critiques est de mesurer, par exemple pour un modèle d'Ising ferromagnétique, le rapport de Binder entre le quatrième moment de l'aimantation et le carré du second moment. Pour un système fini, ce rapport est une fonction analytique de la température et donc ne présente aucune singularité quand on varie la température. Pour des systèmes de grande taille ($L \gg 1$), il possède néanmoins une forme d'échelle dans le voisinage de la température T_c de transition de phase ferromagnétique-paramagnétique :

$$\frac{\langle M^4 \rangle_L}{\langle M^2 \rangle_L^2} \simeq F\left(L^{\frac{1}{\nu}}(T - T_c)\right)$$

On voit ainsi que si on représente ce rapport en fonction de la température, les courbes pour différentes tailles L se coupent au point critique T_c et que la pente des courbes au point d'intersection augmente comme la taille L du système à la puissance où ν est l'exposant critique de la longueur de corrélation. La dépendance dans la taille d'autres quantités physiques permet d'estimer de même d'autres exposants critiques.